

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería Mecánica

SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DEL MOVIMIENTO HUMANO MEDIANTE COLOCACIÓN DIRECTA



Memoria y Anexos

Autor: Eric Carmona Rodríguez
Director: Gil Serrancolí Masferrer
Convocatoria: Junio 2018

Resum

Amb el present treball de fi de grau es pretén optimitzar i simular el moviment humà utilitzant únicament el seu estat inicial i final. Per dur a terme aquesta iniciativa s'ha utilitzat un model biomecànic que conté els paràmetres antropomètrics del cos humà, podent ser utilitzada per predir el moviment. Es considera que l'ésser humà segueix un criteri òptim per moure's. Per tant, per simular el moviment, es resoldrà un problema d'optimització dinàmica.

El problema de control òptim a resoldre consisteix en minimitzar una funció de cost integral en el temps (funcional) a la vegada que s'imposen unes restriccions. Hi ha diferents mètodes de resolució. El càlcul del cost de la trajectòria pot generar errors d'integració, i per tant, inestabilitats en l'optimització. Per evitar aquest inconvenient, s'utilitza el mètode de col·locació directa, ja que simplifica els càlculs necessaris per a l'optimització, evitant la integració explícita.

L'anàlisi de la dinàmica inversa permet obtenir els esforços articulars resultants a partir de la cinemàtica y els paràmetres antropomètrics. S'ha utilitzat un software de biomecànica (OpenSim) per obtenir aquesta informació a cada avaluació de la funció de cost i de les restriccions del problema d'optimització. La resolució matemàtica s'ha obtingut mitjançant CasAdi, un software utilitzat a través de MATLAB que realitza diferenciació automàtica per calcular derivades parcials, fet que permet obtenir resultats sense errors de truncament. Una vegada formulat l'algorisme del problema de control òptim, es plantegen dos moviments diferents: el primer, més simple, consisteix en la flexió del genoll esquerra a 90° , i el segon representa el moviment de la marxa.

El primer moviment va ser utilitzat per determinar el criteri d'optimització que proporciona millors resultats en el menor número d'iteracions, el qual consisteix en la minimització dels moments articulars i acceleracions del model. Pel que fa al moviment de la marxa, que va ser optimitzat amb aquest criteri, es va subdividir en tres desplaçaments simples, dels quals es van obtenir resultats òptims per a cadascun. Posteriorment, es va concatenar les trajectòries òptimes per poder visualitzar el moviment complet.

Resumen

Con el presente trabajo de fin de grado se pretende optimizar y simular el movimiento humano utilizando únicamente su estado inicial y final. Para llevar a cabo esta iniciativa se ha utilizado un modelo biomecánico que contiene los parámetros antropométricos del cuerpo humano, pudiendo ser utilizado para predecir el movimiento. Se considera que el ser humano sigue un criterio óptimo para moverse. Por lo tanto, para simular el movimiento, se resolverá un problema de optimización dinámica.

El problema de control óptimo a resolver consiste en minimizar una función de coste integral en el tiempo (funcional) a la vez que se imponen unas restricciones. Hay diferentes métodos de resolución. El cálculo del coste de la trayectoria puede generar errores de integración y, por tanto, inestabilidades en la optimización. Para evitar este inconveniente, se utiliza el método de colocación directa, ya que simplifica los cálculos necesarios para la optimización, evitando la integración explícita.

El análisis de la dinámica inversa permite obtener los esfuerzos articulares resultantes a partir de la cinemática y los parámetros antropométricos. Se ha utilizado un software de biomecánica (OpenSim) para obtener esta información a cada evaluación de la función de coste y restricciones del problema de optimización. Su resolución matemática se ha obtenido mediante CasADi, un software utilizado a través de MATLAB que utiliza diferenciación automática para calcular derivadas parciales, lo que permite obtener resultados sin errores de truncamiento. Una vez formulado el algoritmo del problema de control óptimo, se plantean dos movimientos distintos: el primero, más simple, consiste en la flexión de la rodilla izquierda a 90° , y el segundo representa el movimiento de la marcha.

El primer movimiento fue utilizado para determinar el criterio de optimización que proporciona mejores resultados con el menor número de iteraciones asociado, el cual consiste en la minimización de los momentos articulares y aceleraciones del modelo. Respecto al movimiento de la marcha, el cual fue optimizado con dicho criterio, se subdividió en tres desplazamientos simples, de los cuales se obtuvieron resultados óptimos para cada uno. Posteriormente, se concatenaron las trayectorias óptimas para poder visualizar el movimiento completo.

Abstract

The purpose of this final degree project is to optimize and simulate human movement using only its initial and final state. A human biomechanical model was used to predict movement. It is considered that the human being follows an optimal criterion to move from one point to another. Therefore, to simulate the movement, a dynamic optimization problem will be solved.

The optimal control problem to solve consists in minimizing an integral cost function over time (functional) while imposing some constraints. There are different resolution methods. The calculation of the cost of the trajectory path can generate integration errors and, therefore, instabilities in the optimization. To avoid this drawback, the direct collocation method is used, since it simplifies the optimization calculations, avoiding explicit integration.

The analysis of the inverse dynamics allows to obtain the resultant joint efforts from the kinematics and the anthropometric parameters. Biomechanics software (OpenSim) was used to obtain this information for each evaluation of the cost function and constraints of the optimization problem. Its mathematical resolution was obtained through CasADi, a software used through MATLAB that uses automatic differentiation to calculate partial derivatives, which allows obtaining results without truncation errors. Once the algorithm of the optimal control problem was formulated, two different movements were proposed: the first, simpler, consists of the flexion of the left knee to 90°, and the second represents the walking movement.

The first movement was used to determine the optimization criteria that provides better results within the minimum number of iterations, which resulted to be the minimization of the joint moments and accelerations of the model. The gait movement, which was optimized with this criterion, was subdivided into three simpler trials, providing optimal results for each one. Afterwards, the optimal trajectories were concatenated to visualize the complete movement.



Agradecimientos

En primer lugar, se quiere agradecer la colaboración del tutor Gil Serrancolí Masferrer, que ha supervisado el trabajo aportando propuestas, consejos y correcciones, y se ha mostrado colaborativo en todo momento para organizar reuniones y resolver dudas.

Además, se quiere agradecer también al centro de estudios universitarios EEBE por ofrecer la disposición de un laboratorio especializado en el que poder trabajar en el proyecto, y por la distribución de la licencia gratuita de *Matlab*, facilitando la obtención de los recursos necesarios para realizar el trabajo.





Glosario

Acrónimo	Significado
IPOPT	<i>Interior Point OPTimizer</i>
NGL	Número de Grados de Libertad
NLP	<i>Non-Linear Problem</i>



Índex

RESUM	I
RESUMEN	II
ABSTRACT	III
AGRADECIMIENTOS	V
GLOSARIO	VII
1. PREFACIO	1
1.1. Origen y motivación del trabajo	1
1.2. Requerimientos previos.....	1
2. INTRODUCCIÓN	3
2.1. Objetivos del trabajo.....	4
2.2. Alcance del trabajo	4
3. ESTADO DEL ARTE DEL PROYECTO	5
4. METODOLOGÍA	7
4.1. Modelo biomecánico	7
4.1.1. Características generales.....	8
4.1.2. Sistema esquelético.....	9
4.1.3. Modelo de contacto	12
4.2. Optimización y parametrización del problema	16
4.2.1. Formulación dinámica explícita.....	17
4.2.2. Formulación dinámica implícita	17
4.3. Método de colocación directa	18
4.4. Implementación del código	20
4.5. Material utilizado	23
5. ANÁLISIS DE RESULTADOS	25
5.1. Caso comparativo	26
5.2. Análisis de la marcha.....	34
5.2.1. Primera parte de la marcha.....	34
5.2.2. Segunda parte de la marcha	40
5.2.3. Tercera parte de la marcha	46

6. ANÁLISIS DEL IMPACTO AMBIENTAL	55
CONCLUSIONES	57
PRESUPUESTO Y/O ANÁLISIS ECONÓMICO	59
BIBLIOGRAFÍA	61
ANEXO	63

1. Prefacio

El presente Trabajo de Final de Grado, correspondiente al grado de Ingeniería Mecánica de *l'Escola d'Enginyeria de Barcelona Est* (EEBE) y cuyo título es “Simulación y Optimización del movimiento humano mediante colocación directa”, y se ha llevado a cabo en el *Simulation and Movement Analysis Lab* (SIMMA Lab) de la misma institución.

1.1. Origen y motivación del trabajo

Desde pequeño, el autor de este trabajo siempre ha mostrado interés en el ámbito de la biología, la física y la programación. Con el transcurso de los años, su conocimiento sobre estos campos de estudio creció en gran medida, y combinado con el reciente interés en la práctica deportiva, hicieron de este proyecto una tentativa opción para completar los estudios en ingeniería mecánica.

1.2. Requerimientos previos

La realización de este proyecto ha requerido de una documentación previa sobre la teoría en la que se basa esta iniciativa y sobre el uso de los programas específicos necesarios. Respecto a la base teórica del proyecto, se ha debido profundizar en el conocimiento de los distintos métodos de optimización utilizados para el análisis de sistemas de sólidos rígidos, concretamente en la dinámica inversa junto al método de colocación directa.

Dado que en este proyecto se hace uso de un modelo biomecánico que representa de forma simplificada el cuerpo humano, ha requerido una previa familiarización con sus funciones, características y limitaciones. Para ello, ha surgido la necesidad de entender en profundidad el programa *OpenSim*, ya que permite la visualización del modelo.

Además, debido a la poca familiaridad a la hora de escribir código en *Matlab*, se ha realizado una búsqueda de información exhaustiva sobre el lenguaje de programación utilizado junto con distintas pruebas para lograr familiarizarse con dichos conocimientos.



2. Introducción

La biomecánica (1) es el campo de conocimiento de la biología asistida por la ingeniería que se centra en el estudio de la estructuración y las funciones de los sistemas biológicos. Para este trabajo en concreto se estudiará el movimiento humano.

El cuerpo humano está considerado como un conjunto de sistemas complejos constituidos por tejidos, sólidos y elementos mecánicos. El sistema esquelético, junto con las articulaciones, permite el movimiento generado por los músculos (transmitiendo fuerzas), los cuales se coordinan mediante el sistema neurológico. Por lo tanto, se debe hallar una manera de simplificarlo para poder analizar su cinemática y su dinámica.

Para lograr simplificar el cuerpo humano se utilizan modelos musculo-esqueléticos que los considera como un sistema formado por distintos sólidos o segmentos rígidos unidos mediante enlaces que poseen un determinado número de grados de libertad (sistema multi-sólido). De esta manera se logra implementar el campo de estudio del sólido rígido en el análisis dinámico y cinemático del movimiento humano. Además, permite adaptar el modelo según las necesidades de cada estudio.

En este proyecto se estudiará, en primer lugar, la predicción de un movimiento relativamente sencillo asociado al levantamiento de la rodilla izquierda, y posteriormente al de la marcha humana. El primero servirá para comprobar la fiabilidad de la metodología aplicada y para comparar su eficiencia según distintos criterios y parámetros de optimización. Una vez se hayan contrastado los resultados, se procederá a realizar el estudio de la marcha utilizando la configuración más adecuada obtenida del primer análisis.

Una vez obtenidos los resultados de las optimizaciones de los movimientos, se procederá a simularlos mediante el programa *OpenSim* (2), de distribución gratuita y desarrollado por el *National Center of Simulation in Rehabilitation Research* de la universidad de Stanford (California, EE. UU.).

2.1. Objetivos del trabajo

Los objetivos principales del presente Trabajo de Final de Grado son los siguientes:

- Generar un programa informático que permita optimizar el movimiento humano utilizando su estado inicial y final implementando el método de colocación directa.
- Implementar un modelo biomecánico que se adapte a las necesidades del trabajo.
- Optimizar un movimiento simple que permita verificar la fiabilidad del programa y contrastar distintas configuraciones de optimización para poder reconocer los criterios más influyentes a la hora de obtener resultados.
- Lograr optimizar la marcha de una persona.
- Simular los movimientos mediante el programa *OpenSim*, permitiendo una visualización clara e intuitiva de los resultados.
- Extraer conclusiones a partir de los resultados obtenidos.
- En base a los resultados obtenidos, proponer recomendaciones para futuras investigaciones.

2.2. Alcance del trabajo

El proyecto se limita a la optimización y simulación de movimientos bidimensionales del cuerpo humano. Esto se debe a la gran complejidad asociada al análisis de movimientos tridimensionales, los cuales poseen un mayor número de grados de libertad y, por tanto, mayor cantidad de incógnitas. Este hecho se traduce en un mayor coste computacional (mayor número de variables y restricciones en la optimización) y, por tanto, una cantidad de tiempo invertido considerable.

Además, al utilizar el método de dinámica inversa (3) para calcular las trayectorias óptimas de los movimientos, se obtendrán los pares motores asociados a los enlaces del modelo biomecánico utilizado. Estos momentos son los resultados de las fuerzas aplicados por los músculos utilizados en la marcha. Dado que el análisis muscular posee una gran complejidad, no se considerará como objeto de estudio en el proyecto.

3. Estado del arte del proyecto

La optimización del movimiento humano puede llegar a ser relativamente compleja y suele arrastrar errores de cálculo debido a que el problema posee más incógnitas que ecuaciones. Sin embargo, tal y como exponen Oskar von Stryk y Roland Bulirsch en su artículo (4), existen diversas metodologías, incluido el método de colocación directa, para la solución de problemas no lineales y, por tanto, para la optimización de trayectorias de movimientos concretos.

El texto lista los métodos más comúnmente utilizados para la optimización de problemas no lineales controlados, donde las variables y los resultados están acotados en un intervalo determinado. Concretamente, sugiere un método híbrido que permite mejorar la precisión de los métodos directos y aumentar la convergencia de los indirectos, y combina el uso de la colocación directa con el de *multiple shooting*, que requiere de la integración explícita de las ecuaciones del movimiento. El texto incluye ejemplos numéricos que ilustran los métodos citados con anterioridad.

Otro artículo de Oskar von Stryk (5), que incluye dos problemas numéricos resueltos, detalla el uso del método de colocación directa para la solución numérica de problemas de control que, mediante la discretización de las variables de control y de estado, se transforma en un programa no lineal finito. Utilizando la solución aportada por este método, se consigue obtener estimaciones fiables de las variables del problema.

Gracias al avance que han sufrido dichas metodologías a lo largo del tiempo, el método de colocación directa se ha utilizado en estudios recientes sobre la optimización y simulación de sistemas musculoesqueléticos. Un claro ejemplo es el artículo de De Groote et al. (6).

En la optimización de sistemas musculoesqueléticos, la estimación de las fuerzas musculares durante el movimiento implica resolver un problema indeterminado, en el que el número de restricciones (ecuaciones) relacionadas con los momentos articulares es menor que el de incógnitas. Además, las ecuaciones diferenciales ordinarias para la dinámica musculoesquelética a menudo son no lineales y numéricamente rígidas.

Para solucionar estos problemas, en el estudio mencionado se hace uso de metodologías para la optimización de sistemas dinámicos no lineales. Además, se compara el uso de la formulación dinámica explícita con la implícita para simular el movimiento de la marcha en un modelo de dos y tres dimensiones haciendo uso de las longitudes de los músculos o la fuerza de los tendones como variable de estado. En la formulación implícita se introducen controles adicionales asociados a las derivadas de tiempo de los estados, permitiendo imponer las ecuaciones no lineales referentes a la dinámica muscular de contracción como restricciones algebraicas, simplificando en gran medida la evaluación del problema.

Los resultados obtenidos en el estudio fueron claros: mientras que en el caso en que se utilizó la formulación dinámica explícita con la longitud del músculo como estado no convergió en la mayoría de ocasiones, los formulados mediante dinámica implícita proporcionaron resultados satisfactorios para todos los problemas resueltos.

Van den Bogert et al. (7) en su investigación realizan un enfoque más específico en el análisis musculoesquelético mediante colocación directa e intentan mitigar los problemas en las optimizaciones, tales como los largos tiempos de solución y la pobre convergencia asociada.

Para ello, se desarrolló un método para resolver problemas dinámicos avanzados. Utilizando la formulación implícita junto con la metodología de colocación directa, se realizó la simulación dinámica en tiempo real de un sistema dinámico compuesto por el hombro y el brazo (Figura 1. Modelo del sistema hombro-brazo visualizado en OpenSim). Una vez se comprobó la eficacia del método, se predijo la marcha con prótesis de pie y tobillo, obteniendo resultados en menos de una hora de tiempo de cálculo y demostrando cómo los pacientes pueden adaptar su modo de andar para compensar las limitaciones de diseño de la prótesis. Adicionalmente, el método se aplicó a un problema de optimización en el ámbito de la biomecánica deportiva, donde se estimaron las fuerzas generadas al esquiar a partir de datos cinemáticos.

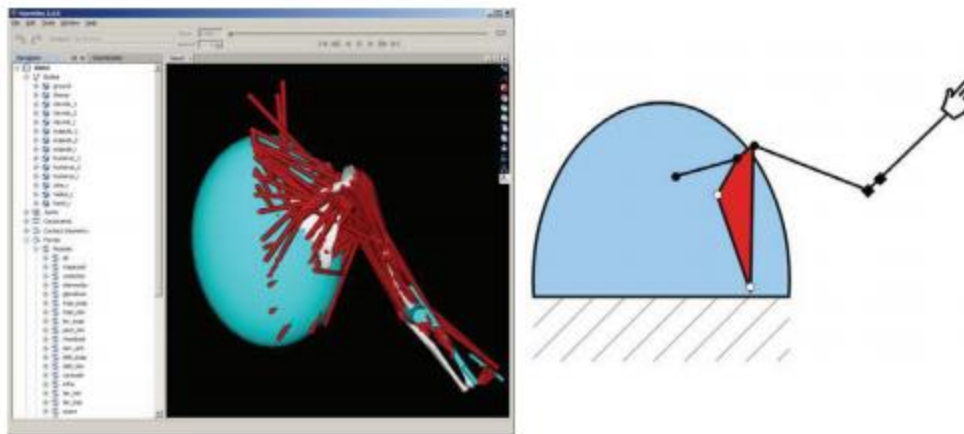


Figura 1. Modelo del sistema hombro-brazo visualizado en OpenSim (izquierda) junto con su representación esquemática (derecha) (7).

4. Metodología

Este apartado está destinado a exponer las bases teóricas, el procedimiento y el material requerido para la realización de este proyecto, cuyo objetivo es el de obtener las trayectorias óptimas de movimientos humanos utilizando únicamente el estado inicial y final. Concretamente, se pretende lograr optimizar y simular el movimiento de la marcha. Se comparan diferentes criterios de optimización. A continuación, se detalla el modelo biomecánico utilizado, y las bases de la formulación del problema de control óptimo que se han utilizado.

4.1. Modelo biomecánico

En este apartado se define el modelo biomecánico utilizado en el proyecto. El modelo tiene representados los segmentos corporales (con su masa e inercia) y las articulaciones. Se utiliza el *software* de biomecánica OpenSim para obtener la información de la dinámica inversa (ecuaciones del movimiento). Para obtener estos datos se utiliza su *API* (*Application Programming Interface*), de una versión modificada del OpenSim 4.0. Concretamente se utiliza un archivo *.dll* que contiene el código donde se define el modelo biomecánico, y se obtienen los datos de los momentos articulares y las fuerzas de contacto con el suelo, dado el estado del sistema. También se utiliza la *GUI* (*Graphical User Interface*) del OpenSim 3.3 para poder visualizar los resultados de las simulaciones. Esta interfaz de usuario (Figura 2) ofrece, de entre un gran número de opciones, la posibilidad de cargar modelos biomecánicos, importados de fuentes externas, o modificados por el usuario, utilizar diferentes opciones de visualización de las características principales del modelo y ejecutar los archivos resultantes de la simulación.

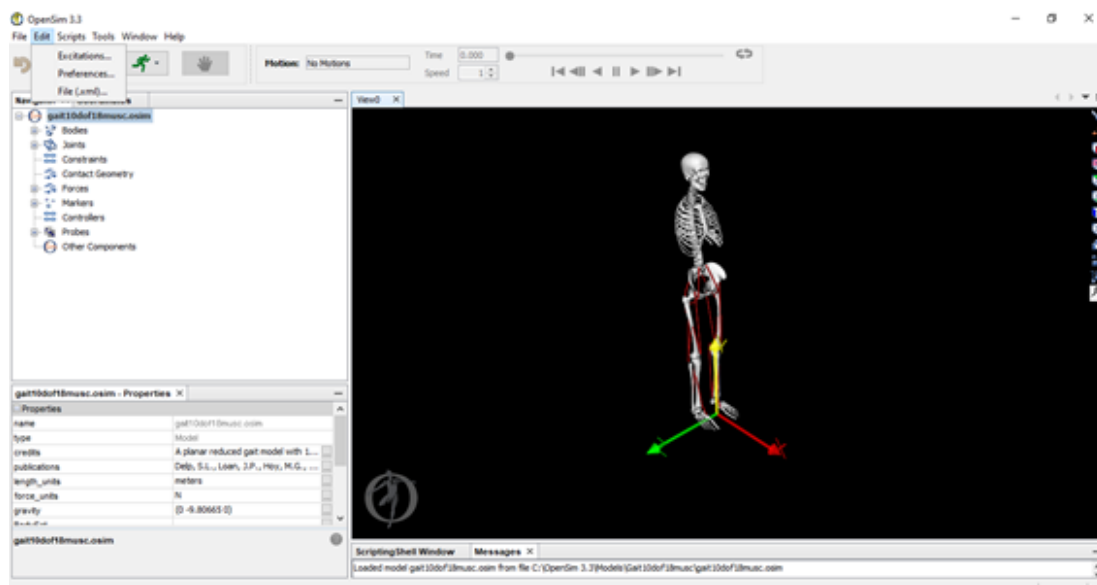


Figura 2. Interfaz del programa OpenSim

Además, es de gran utilidad a la hora de definir los estados iniciales y finales en el algoritmo desarrollado, debido a la posibilidad que ofrece el programa de establecer las coordenadas y ángulos de las articulaciones del modelo manualmente, tal y como se muestra en la Figura 3.

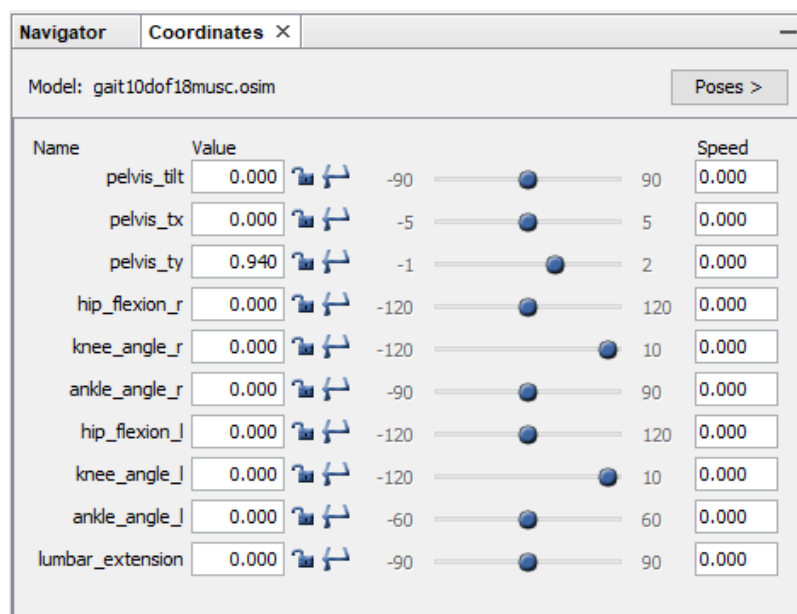


Figura 3. Ventana de coordenadas del modelo

Nótese que el programa da las coordenadas en unidad de metros y los ángulos en grados. Además, se puede apreciar que cada articulación o coordenada se encuentran limitados por un rango determinado. Dichos intervalos poseen una gran importancia a la hora de optimizar el movimiento ya que determinan los límites a los que pueden llegar las variables de estado durante la interpolación.

4.1.1. Características generales

El modelo consta del esqueleto completo de un adulto. Los brazos, tronco y cabeza se consideran solidarios, como un único sólido. Las diferentes partes del esqueleto se consideran como sólidos rígidos, pudiendo desestimar las posibles deformaciones de los elementos que componen el cuerpo humano a la hora de analizar el movimiento. Como sólido rígido se entiende un sistema de puntos en el espacio que se mueven sin alterar las distancias entre ellos. En la definición del modelo definido en el archivo `.dll` se parte de la definición del modelo genérico del OpenSim llamado `gait2392_Simbody.osim`.

Aunque en su representación gráfica no se muestren todos los órganos y tejidos que constituyen el organismo del ser humano, sí se tienen en consideración a la hora de definir las masas y las inercias de los elementos del modelo en el programa *OpenSim*. En las siguientes imágenes (Figura 4) se puede observar el modelo biomecánico utilizado en este proyecto.

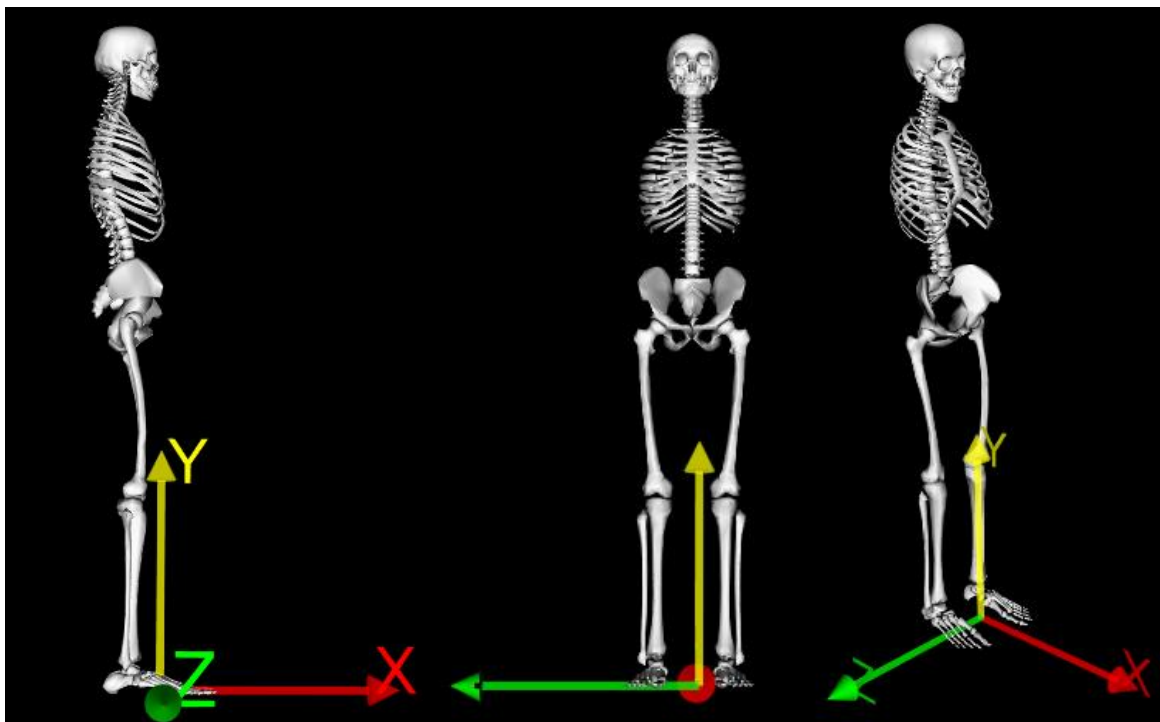


Figura 4. Vista lateral (izquierda), frontal (centro) e isométrica (derecha) del modelo biomecánico.

Respecto a los músculos, a pesar de no estar representados en el modelo, se consideran actuadores en las articulaciones que simulan el momento resultante que ejercen los músculos sobre las uniones de los huesos. De esta manera se consigue simular los efectos globales de los músculos sobre el cuerpo sin la necesidad de introducirlos en la optimización individualmente, simplificando en gran medida la resolución del problema. Estos actuadores articulares se tendrán en cuenta como controles en las variables de diseño del problema de optimización como se explica más adelante (*torque-driven model*).

4.1.2. Sistema esquelético

Tal y como se ha mencionado con anterioridad, el modelo biomecánico utilizado en este proyecto se considera como multisólido, por lo que cada componente tiene atribuido una masa, unos momentos de inercia y un centro de gravedad determinado. La Tabla 1 muestra todos los sólidos que componen el modelo, su designación en el programa *OpenSim* y la masa de cada uno.

Sólido	Designación	Masa (kg)
Suelo	<i>ground</i>	0
Torso, cabeza y brazos	<i>torso</i>	34.2366
Pelvis	<i>pelvis</i>	11.777
Fémur derecho	<i>femur_r</i>	9.3014
Fémur izquierdo	<i>femur_l</i>	9.3014

Tibia y peroné derecho	<i>tibia_r</i>	3.7075
Tibia y peroné izquierdo	<i>tibia_l</i>	3.7075
Astrágalo derecho	<i>talus_r</i>	0.1
Astrágalo izquierdo	<i>talus_l</i>	0.1
Calcáneo derecho	<i>calc_r</i>	1.25
Calcáneo izquierdo	<i>calc_l</i>	1.25
Dedos del pie derecho	<i>toes_r</i>	0.2166
Dedos del pie izquierdo	<i>toes_l</i>	0.2166

Tabla 1 Lista de sólidos rígidos del modelo

Las imágenes de las Figura 5 y Figura 6 muestran los sólidos representados en *OpenSim*.

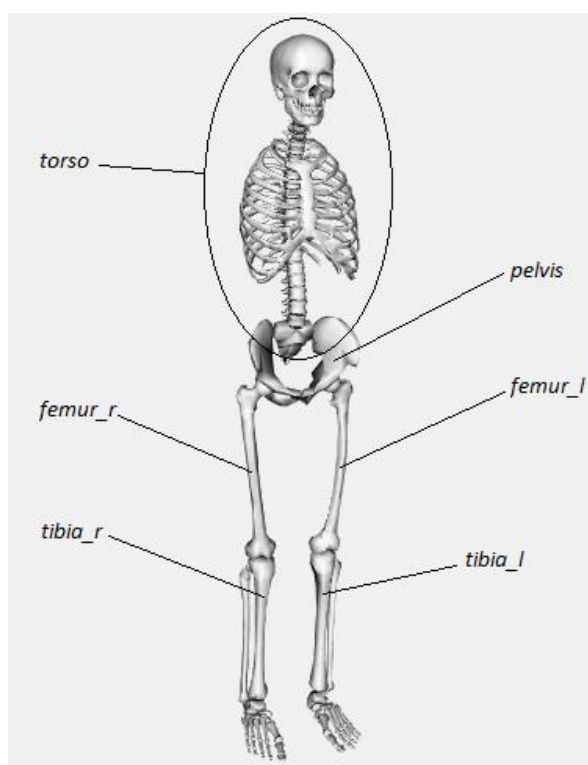


Figura 5 Sólidos del modelo biomecánico utilizado

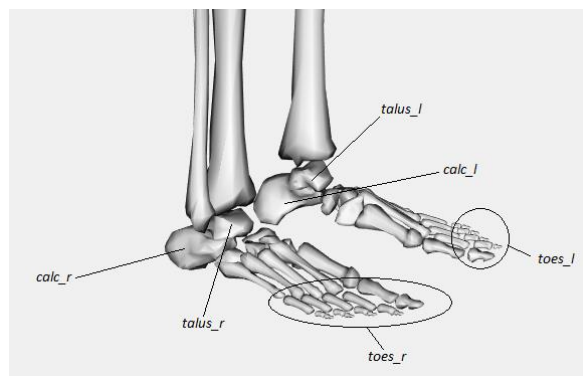


Figura 6 Sólidos que componen la estructura del pie

Cada una de las uniones entre los elementos (articulaciones) tiene un grado de libertad (GL): rotación en el eje Z (ya que se trabajará únicamente en el plano XY). Se omite los movimientos de abducción y rotación interna de las articulaciones por simplificar el modelo. En movimientos de flexión de cadera y rodilla, y movimientos de marcha, los movimientos despreciados son pequeños. Dado que *OpenSim* referencia las coordenadas del modelo en la pelvis, se tienen tres grados de libertad entre la pelvis y el suelo (translación X, Y, y rotación Z).

La siguiente tabla (Tabla 2) lista todas las uniones del modelo, su designación en el *OpenSim*, el número de grados de libertad (NGL) de cada una y los sólidos que unen, indicando el de referencia (padre) y el referenciado (hijo).

Uniones	Designación	NGL	Sólido “padre”	Sólido “hijo”
Suelo-Pelvis	<i>ground_pelvis</i>	3	<i>ground</i>	<i>pelvis</i>
Cadera derecha	<i>hip_r</i>	1	<i>pelvis</i>	<i>femur_r</i>
Cadera izquierda	<i>hip_l</i>	1	<i>pelvis</i>	<i>femur_l</i>
Rodilla derecha	<i>knee_r</i>	1	<i>femur_r</i>	<i>tibia_r</i>
Rodilla izquierda	<i>knee_l</i>	1	<i>femur_l</i>	<i>tibia_l</i>
Tobillo derecho	<i>ankle_r</i>	1	<i>tibia_r</i>	<i>talus_r</i>
Tobillo izquierdo	<i>ankle_l</i>	1	<i>tibia_l</i>	<i>talus_l</i>

Tabla 2. Lista de uniones (articulaciones) del modelo

Cada articulación está definida mediante ángulos de Euler. Éstos se caracterizan por formar un conjunto de coordenadas angulares que especifican la orientación entre dos sistemas de referencia. Aun así, en este caso, se tendrá en cuenta un solo ángulo en las articulaciones (unionen 2D).

El modelo posee un número de coordenadas generalizadas igual al NGL de todas las articulaciones. Sin embargo, ya que el modelo pretende simular con la mayor exactitud el cuerpo humano, las articulaciones no pueden superar ciertos límites marcados por cuestiones fisiológicas. La Tabla 3

resume las coordenadas del modelo, su designación y los límites superiores e inferiores marcados por el programa.

Coordenada	Designación*	Límite inferior	Límite superior	Unidades
Flexión de cadera	<i>hip_flexion_r</i> <i>hip_flexion_l</i>	-120	120	°
Flexión de rodilla	<i>knee_angle_r</i> <i>knee_angle_l</i>	-120	10	°
Flexión de tobillo	<i>ankle_angle_r</i> <i>ankle_angle_l</i>	-60	60	°

Tabla 3. Coordenadas del modelo junto con sus límites superior e inferior. *El sufijo *_r* (right) hace referencia a la articulación derecha y *_l* (left) a la izquierda.

En la Figura 7 se muestra el sentido de las coordenadas del modelo. El punto negro indica la localización del eje de rotación.

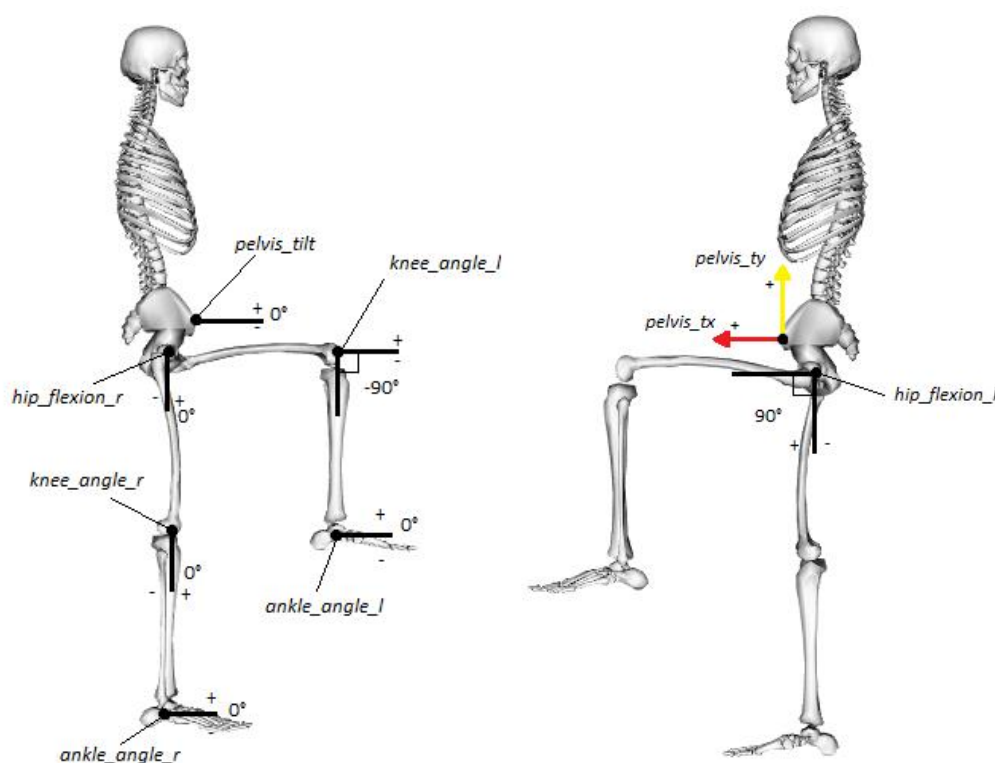


Figura 7. Sentido de las coordenadas del modelo

4.1.3. Modelo de contacto

El modelo de contacto es un componente esencial para la optimización del movimiento, ya que el modelo biomecánico debe tener, como mínimo, dos puntos de apoyo para asegurar que el sistema de sólidos rígidos se mantenga en equilibrio dinámico. Dado que los movimientos a optimizar están relacionados con el desplazamiento del modelo, el contacto debe estar implementado entre la planta

de los pies y el suelo. La representación del modelo se lleva a cabo mediante dos esferas en cada pie, situadas en calcáneo y en la unión entre los metatarsianos y las falanges (Figura 8).

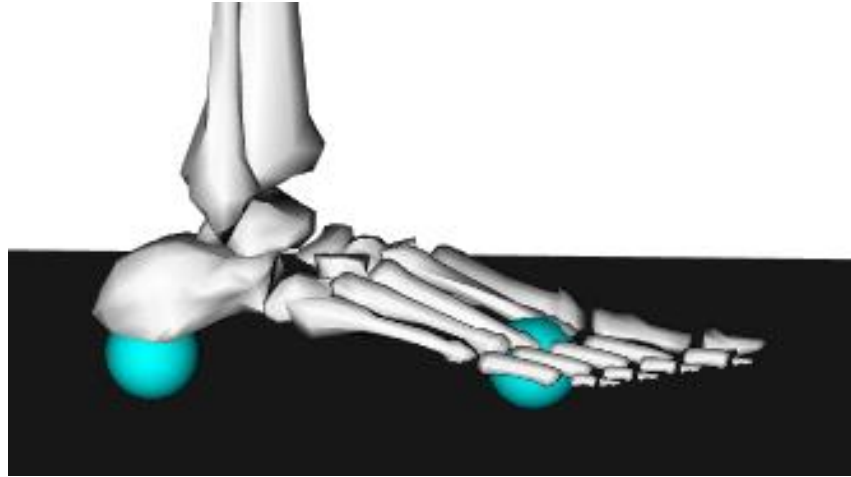


Figura 8. Representación del modelo de contacto (8)

Las fuerzas de contacto surgen de las deformaciones de los elementos que componen el modelo (las esferas) y su cálculo depende de tres conceptos diferentes (9): rigidez, disipación y fricción (Eq. 1).

$$f_{\text{contacto}} = f_{\text{rigidez}} + f_{\text{disipación}} + f_{\text{fricción}} \quad \text{Eq. 1}$$

Respecto a las fuerzas asociadas a la rigidez, se utiliza la teoría de Hertz, donde ambos componentes del modelo poseen una elasticidad lineal y la superficie de contacto (un círculo, en el caso de dos esferas o una esfera con una superficie plana) es menor que las dimensiones generales de los elementos del modelo. El contacto se inicia en un punto (P) en el que las normales de las superficies son opuestas, y la zona cercana a la superficie de deformación se aproxima como un paraboloide (geometría resultante de girar una parábola entorno a su eje de simetría). La Figura 9 muestra el contacto entre dos esferas según el modelo de rigidez de Hertz.

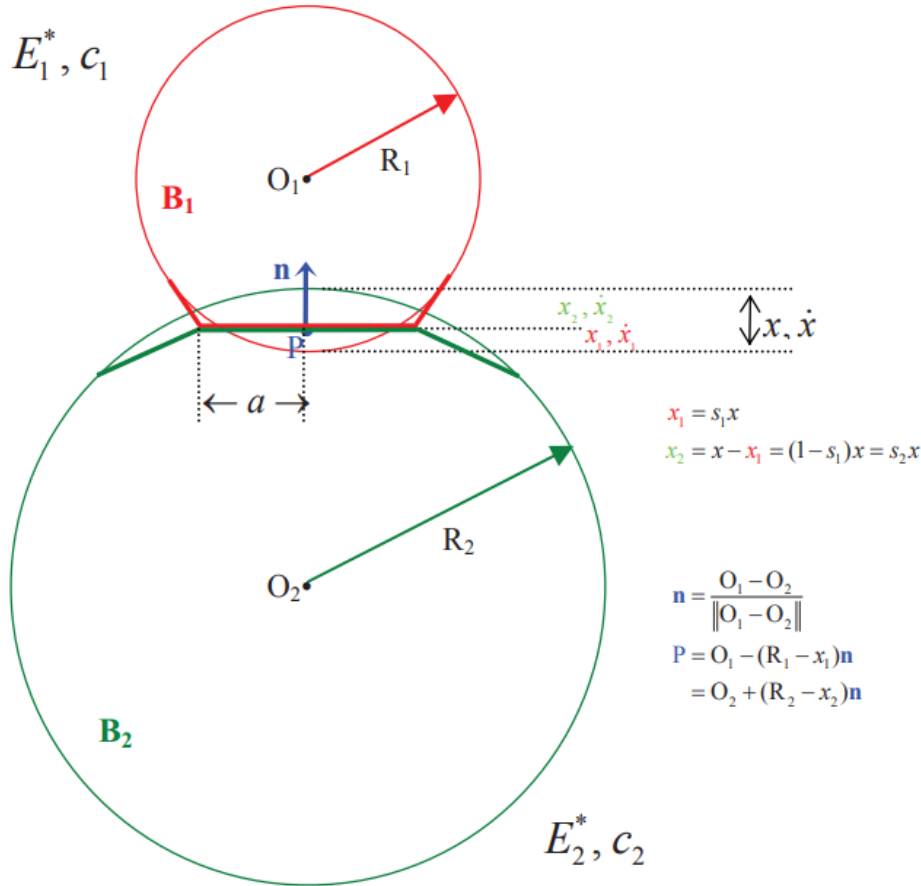


Figura 9. Geometría de contacto de dos esferas basado en el modelo de Hertz/Hunt y Crossley (9).

Donde P es el punto inicial del contacto, n es el vector normal a la superficie de contacto, E_i^* es el módulo elástico del material que compone la esfera, c es el coeficiente de disipación, x y \dot{x} la deformación total del sistema y su derivada.

La deformación (x) se interpreta como el desplazamiento mínimo que hubiesen sufrido las esferas si no se hubiera producido la deformación entre ambos cuerpos. Según el modelo de contacto de Hertz, la fuerza de rigidez quedaría expresada como:

$$f_{rigidez} = f_{Hz} = \left(\frac{4}{3} \sigma R^{1/2} E^* \right) x^{3/2} \quad \text{Eq. 2}$$

Donde E^* es el módulo elástico del material de la esfera (el cual es prácticamente equivalente al de la piel y los músculos de la zona donde se encuentra), R el radio de la esfera del modelo, y σ es un factor de excentricidad equivalente a 1 para contacto circular.

La fuerza de disipación está basada en la teoría de Hunt y Crossley, en la que las velocidades de colisión deben ser lo suficientemente pequeñas como para no causar deformación permanente de los materiales. En este caso, las fuerzas dependerán de las de rigidez, resultando en la siguiente expresión:

$$f_{disipación} = f_{HC} = \frac{3}{2} f_{Hz} c^* \dot{x} \quad Eq. 3$$

Siendo c^* un coeficiente de disipación que combina las propiedades de los dos materiales del contacto obtenido de forma experimental, y \dot{x} es la velocidad de deformación producida por la colisión de ambos materiales.

Por último, la fuerza de fricción (Eq. 4), tangencial a las superficies de contacto, se obtiene mediante el coeficiente de fricción (μ), que depende de la velocidad relativa de los elementos del modelo en el plano de contacto (v), y de la fuerza normal, obtenida mediante la suma de f_{Hz} y f_{HC} (Eq. 5).

$$f_{fricción} = \mu(v) f_{normal} \quad Eq. 4$$

$$f_{normal} = f_{HC} + f_{Hz} \quad Eq. 5$$

Las ecuaciones del modelo de contacto mencionado arriba son las originales del Simbody (9). Sin embargo, el modelo utilizado en este proyecto se basa en el original, pero donde se ha suavizado la transición entre contacto / no contacto (10). De esta manera se consigue suavizar el cambio de dichas fuerzas en el momento en el que las esferas hacen contacto con el suelo, evitando posibles problemas de continuidad y derivabilidad en la optimización. La Figura 10 muestra el comportamiento de las fuerzas dependiendo de la indentación de las esferas en el suelo utilizado en este proyecto comparado con el usual.

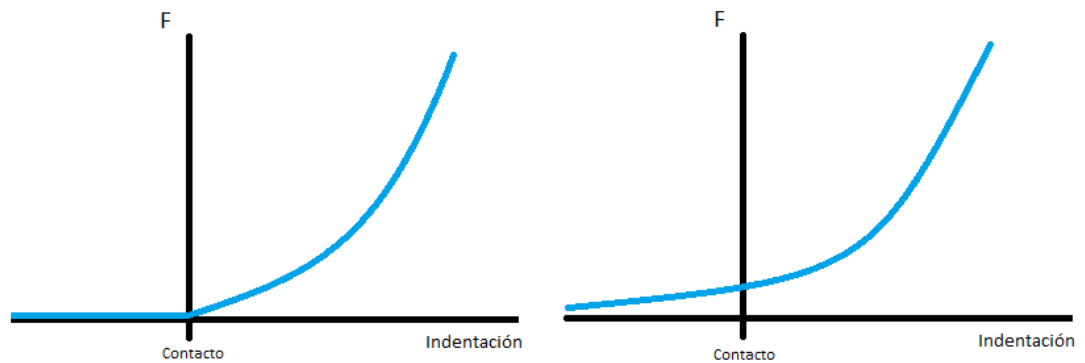


Figura 10 Comparación del comportamiento usual del modelo de contacto (izquierda) con el del modelo utilizado (derecha)

4.2. Optimización y parametrización del problema

Cualquier movimiento producido por un sistema de sólidos rígidos tiene asociado un coste determinado, el cual se puede expresar como una función. Por lo tanto, si se pretende optimizar un movimiento determinado sabiendo el estado inicial y final de los sólidos, se debe calcular la trayectoria que minimice dicha función.

La función de coste, al ser variable a lo largo de toda la trayectoria, adopta la forma de la integral de tiempo de una función que depende de los estados y los controles en cada punto del recorrido para todo el intervalo de tiempo (funcional) (Eq. 6). Puede estar relacionada con los momentos articulares, las aceleraciones o velocidades angulares, fuerzas de contacto, etc. Depende del criterio de optimización que se escoja. La trayectoria resultante dependerá pues del criterio a minimizar, por lo que es de especial interés evaluar y comparar el mismo movimiento optimizándolo con distintas funciones de coste. En este proyecto, el principal criterio a minimizar serán los momentos articulares (Eq. 7).

$$J = \int f(x, u) dt \quad \text{Eq. 6}$$

$$J_T = \int (\sum_{i=1}^n u_{T_i}^a) dt \quad \text{Eq. 7}$$

Donde n es el número total de articulaciones del modelo y a un número natural par. Este último parámetro asegura que el cálculo de la integral tan sólo tenga resultados positivos, evitando posibles errores en la optimización, y cuanto mayor sea el valor, mayor será el peso de esa variable en la optimización (siempre que sean mayores que 1), lo cual es útil para poder refinar los resultados.

Para lograr la resolución del problema no lineal se requiere de ciertas restricciones que se deben cumplir para cualquier punto de la trayectoria. Estas expresiones suelen estar igualadas a cero, o limitadas por un cierto valor. Las principales restricciones utilizadas son las de continuidad y las dinámicas, ya que aseguran que tanto la trayectoria como las velocidades y, por tanto, aceleraciones de los sólidos sean continuos.

Además de las restricciones citadas con anterioridad, también cabe la posibilidad de implementar otro tipo de restricciones dependiendo de la situación o del movimiento que se pretenda optimizar. Por ejemplo, si se diera el caso práctico en el que se pretenda optimizar el movimiento de una persona con una determinada lesión articular, se debería imponer una restricción que impida que el momento asociado a la articulación no supere un valor determinado.

Además, se debe imponer límites en los estados, controles, velocidades y aceleraciones del sistema para poder obtener resultados dentro de un margen de valores coherentes con las limitaciones

fisiológicas del modelo. Por lo que respecta a las aceleraciones angulares de las articulaciones, pueden ser obtenidas de distinta manera dependiendo de si la formulación dinámica utilizada en la optimización es implícita o explícita.

4.2.1. Formulación dinámica explícita

Utilizando una formulación dinámica explícita, las aceleraciones angulares de las articulaciones se obtienen a partir de las ecuaciones de movimiento (Eq. 8) y quedarán como función de los ángulos y velocidades, parámetros de inercia y momentos articulares (Eq. 9).

$$[M(q)]\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = T \quad \text{Eq. 8}$$

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}, m, I, u_T) \quad \text{Eq. 9}$$

Donde $M(q)$ es la matriz de masa en función de las coordenadas generalizadas, $C(q, \dot{q})$ el vector de Coriolis y de los términos de las fuerzas centrífugas, $G(q)$ el vector relacionado con las fuerzas gravitacionales y T los momentos articulares. Nótese que, para poder calcular las aceleraciones angulares, es necesario invertir la matriz de masa, tal y como se muestra en la siguiente expresión.

$$\ddot{q} = [M(q)]^{-1}(T - C(q, \dot{q}) - G(q)) \quad \text{Eq. 10}$$

Dicha operación puede suponer un problema durante la optimización, ya que algunos de los valores contenidos en la matriz de masa pueden llegar a ser relativamente pequeños, desestabilizando el cálculo de la matriz invertida. El hecho que la matriz de inercia sea casi singular, puede llegar a provocar inestabilidades en la solución (saltos entre puntos en la solución), y que no converja.

4.2.2. Formulación dinámica implícita

A diferencia de la formulación dinámica explícita, las aceleraciones de las coordenadas se formulan como controles (u_a) y, por tanto, las ecuaciones del movimiento tienen que ser consideradas como restricciones en la optimización (Eq. 11).

$$[M(q)]u_a + C(q, \dot{q}) + G(q) - T = 0 \quad \text{Eq. 11}$$

Se puede apreciar que la optimización precisa de mayor número de restricciones y variables, aumentando así el tiempo de ejecución. Sin embargo, esta formulación no requiere invertir la matriz $M(q)$, evitando posibles irregularidades durante la optimización (tal y como se mencionó en el apartado anterior). Para reducir la redundancia de variables, resulta útil minimizar los controles que representan las aceleraciones (Eq. 12).

$$J_{u_a} = \int (\sum_{i=1}^n u_{u_{a_i}}^a) dt \quad \text{Eq. 12}$$

Donde n es el número total de controles de las aceleraciones del modelo y a un número entero, par y positivo que interviene directamente en el peso que posee la variable en la minimización. Siendo así, la expresión de la función de coste pasa a ser:

$$J = J_T + w J_{u_a} \quad \text{Eq. 13}$$

Donde J_T es el coste asociado a los momentos articulares (Eq. 7) y w es un factor que reduce el peso del coste asociado a las aceleraciones angulares.

4.3. Método de colocación directa

El método de la colocación directa permite la resolución del análisis dinámico de manera simplificada, ya que facilita en gran medida la integral de la función de coste, evitando errores de integración y disminuyendo la potencia de cálculo necesaria para lograr optimizar el movimiento. Dicho método consiste en la discretización de las variables de estado de la trayectoria en distintos intervalos (x^0, x^1, \dots, x^N) que, a su vez, se subdividen en varios puntos de colocación ($x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i$), tal y como se muestra en la Figura 11. Las variables de control se consideran constantes al largo de cada intervalo de tiempo, por lo tanto, habrá N puntos para cada variable de control.

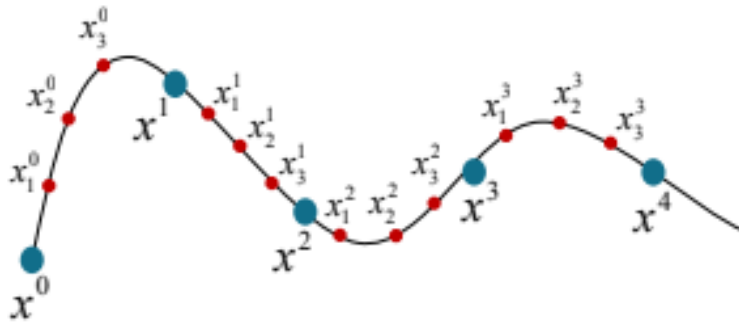


Figura 11 Discretización de una trayectoria (Fuente: apuntes de la asignatura “Simulació del Moviment”)

Todas las variables de estado y de control son consideradas como variables de diseño. Las variables de estado se parametrizan entre cada intervalo como polinomios de Lagrange (Eq. 14).

$$L_j(\tau) = \prod_{n=0, n \neq j}^3 \frac{\tau - \tau_n}{\tau_j - \tau_n} \quad \text{Eq. 14}$$

Donde j son los estados de la trayectoria y n el grado del polinomio que define el polinomio base, el cual es equivalente al número de puntos de colocación dentro de cada intervalo. Entonces, una variable de estado en un tiempo t puede ser aproximada como una función de los valores de estado

en los puntos de colocación del intervalo de tiempo i . Si esta discretización es regular (con intervalos temporales de amplitud h), la expresión de los estados viene definida como se muestra a continuación:

$$\tilde{x}^i(t) = \sum_{r=0}^3 L_r \left(\frac{t-t_i}{h} \right) x_r^i \quad \text{Eq. 15}$$

Con la discretización de los estados introducida, el cálculo de sus derivadas toma una expresión relativamente simple. Si los intervalos de tiempo son regulares, la derivada de un estado en un tiempo determinado es:

$$\dot{\tilde{x}}^i(t_j) = \frac{1}{h} \sum_{r=0}^3 \dot{L}_r(\tau_j) x_r^i \equiv \frac{1}{h} \sum_{r=0}^3 C_{r,j} x_r^i \quad \text{Eq. 16}$$

donde C es una matriz constante para todos los intervalos y t_j^i el tiempo j del intervalo i .

A la hora de realizar la optimización se precisa de restricciones de continuidad, las cuales se impondrán entre el último punto de un intervalo y el primero del siguiente. Con la discretización introducida, se puede aproximar el estado al final de un intervalo como una función de los estados en los puntos de colocación de la siguiente manera:

$$\tilde{x}_0^{i+1} = \sum_{r=0}^3 L_r(1) x_r^i \equiv \sum_{r=0}^d D_r x_r^i \quad \text{Eq. 17}$$

siendo D un vector constante para todos los intervalos de tiempo (siempre y cuando la discretización temporal sea regular). Uno de los beneficios de utilizar polinomios de Lagrange en la parametrización de los estados es la sencillez asociada al cálculo de sus integrales, tal y como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} \tilde{x}_k(t) dt = h \sum_{r=0}^d \int_0^1 L_r(t) dt x_{k,r} := h \sum_{r=1}^d B_r x_{k,r} \quad \text{Eq. 18}$$

Donde B es un vector constante para todos los intervalos de tiempo (considerando que h sea constante). La dependencia lineal de las variables de estado, sus derivadas e integrales respecto a las de los puntos de colocación facilita en gran medida la formulación del método de colocación directa. Para asegurar la continuidad a nivel de estados, se debe imponer la siguiente restricción:

$$\tilde{x}_0^{i+1} - x_0^{i+1} = 0 \quad \text{Eq. 19}$$

donde \tilde{x}_0^{i+1} es el último valor del intervalo i obtenido mediante combinación lineal de los estados anteriores (Eq. 15), y x_0^{i+1} el primer valor del intervalo $i+1$.

Además de asegurar la continuidad entre los estados, se debe imponer restricciones dinámicas relacionadas con sus derivadas, dando lugar a la siguiente expresión:

$$\tilde{\dot{x}}^i(t_j^i) - \dot{x}(t_j^i) = 0$$

Eq. 20

Siendo $\tilde{x}^i(t_j^i)$ los valores de las derivadas de estado en un punto de colocación del intervalo de tiempo i obtenidos mediante combinación lineal de los estados anteriores (Eq. 16), y $\dot{x}(t_j^i)$ las derivadas de estado, asociadas a las velocidades y aceleraciones angulares de las articulaciones del modelo.

4.4. Implementación del código

Habiendo introducido las bases teóricas del proyecto y el modelo biomecánico, se implementó el algoritmo de resolución del problema de control óptimo, para poder automatizar el procedimiento, ahorrando tiempo de trabajo y permitiendo la optimización de movimientos más elaborados. Como se ha mencionado el código donde se define el modelo y se calculan los momentos articulares (*API* de OpenSim y Simbody) está escrito en C++. La transmisión de datos al MATLAB se realiza a través de una librería dinámica (*.dll*). En MATLAB se cargan las funciones para operar en CasADi (11), el cual permite realizar los cálculos mediante el método de diferenciación automática (también llamada algorítmica), ya que permite evaluar las derivadas exactas de la función de coste y de las restricciones. Seguidamente, se escribe la formulación del problema de optimización, lo cual implica la descripción de las variables de diseño, la formulación de la función de coste y de las restricciones, teniendo en cuenta la discretización utilizado en la colocación directa. A continuación, se expone el procedimiento utilizado para crear dicho código.

Para empezar, se importa las librerías de *CasADi*, permitiendo que en la resolución del problema de optimización se utilice la diferenciación automática. Se especifica el tipo de formulación (implícita o explícita) que se utilizará para realizar la optimización. En este caso, se utiliza la implícita debido a la estabilidad de los resultados que ofrece, a pesar de poseer un tiempo de ejecución mayor.

En segundo lugar, se definen las variables de estado y de control, teniendo en cuenta que el número de estados debe ser igual a dos veces el NGL del modelo (coordenadas y velocidades generalizadas) y el de controles de los momentos articulares debe coincidir con el número de articulaciones que posee. En este caso, se definen 18 estados en total (9 de ellos son las coordenadas – 3 translaciones y 6 ángulos articulares - y el resto representan sus derivadas), 6 variables de control referentes a los momentos articulares, 9 controles de las aceleraciones (en el caso de formulación implícita) y 8 para las fuerzas de contacto (fuerzas horizontal y vertical de las cuatro esferas del modelo de contacto).

A continuación, se define el grado del polinomio de Lagrange utilizado para parametrizar los estados y las matrices constantes (B, C y D) utilizadas para el cálculo de las derivadas, integrales y estados finales de cada intervalo mencionadas en la sección 4.3.

Seguidamente, se implementa la función de coste que depende de los estados y controles previamente definidos. Una vez definida dicha función, se procede a crear una función CasADi para evaluar sus derivadas, permitiendo generar las matrices Jacobianas y Hessianas (primeras y segundas derivadas) si es necesario.

Posteriormente, se especifica la discretización de la trayectoria, teniendo en cuenta que a mayor número de subdivisiones el tiempo de ejecución será mayor, pero aumentará el refinamiento del resultado. Una vez subdividida la trayectoria, se genera la malla temporal, indicando el tiempo total del movimiento y subdividiéndolo en un número de intervalos temporales constantes igual a la discretización implementada.

Habiendo definido las variables, parámetros, matrices, ecuaciones, discretización de la trayectoria intervalos de tiempo, se procede a formular el problema no lineal (*Non-Linear Problem*, NLP). Para empezar, se implementan las coordenadas, velocidades y límites del estado, al primer punto del movimiento (ángulos en radianes y distancias en metros).

El resto de puntos de colocación se generan en un *for loop* (un bucle), el cual tendrá un tamaño igual al número de intervalos de tiempo definido con anterioridad. En cada iteración se debe inicializar las variables de diseño y fuerzas de contacto junto con el intervalo de valores que pueden adquirir, las restricciones de la optimización y sus límites superior e inferior. El estado final se define en la última iteración del bucle, teniendo que definir las coordenadas y velocidades de cada articulación junto con sus límites asociados. La Figura 12 muestra de forma resumida la estructura necesaria para generar el NLP.

Una vez finalizado el bucle, se llama el solucionador IPOPT -*Interior Point OPTimizer*- (12), el cual consiste en un optimizador de sistemas continuos no lineales que aprovecha las primeras y/o segundas derivadas de la función de coste obtenidas mediante diferenciación automática.

Una vez finalizado la generación del NLP y obtenidos los resultados óptimos, se debe cambiar las unidades de los ángulos resultantes de las articulaciones para cada instante de tiempo, ya que *MATLAB* trabaja con radianes y la *GUI* de *OpenSim* con grados. Una vez se han transcrito los datos, éstos son guardados en un archivo *Motion* (extensión *.mot*) asignándoles columnas tanto a la línea de tiempo como a las coordenadas de cada articulación, teniendo en cuenta que el nombre de cada columna debe coincidir con el de las coordenadas del programa *OpenSim* (Tabla 3 de la sección 4.1).

El archivo *.mot* se puede abrir como hoja de cálculo para observar los resultados en Microsoft Excel por ejemplo. Además, el archivo es de gran utilidad para poder concatenar varias etapas de un mismo movimiento.

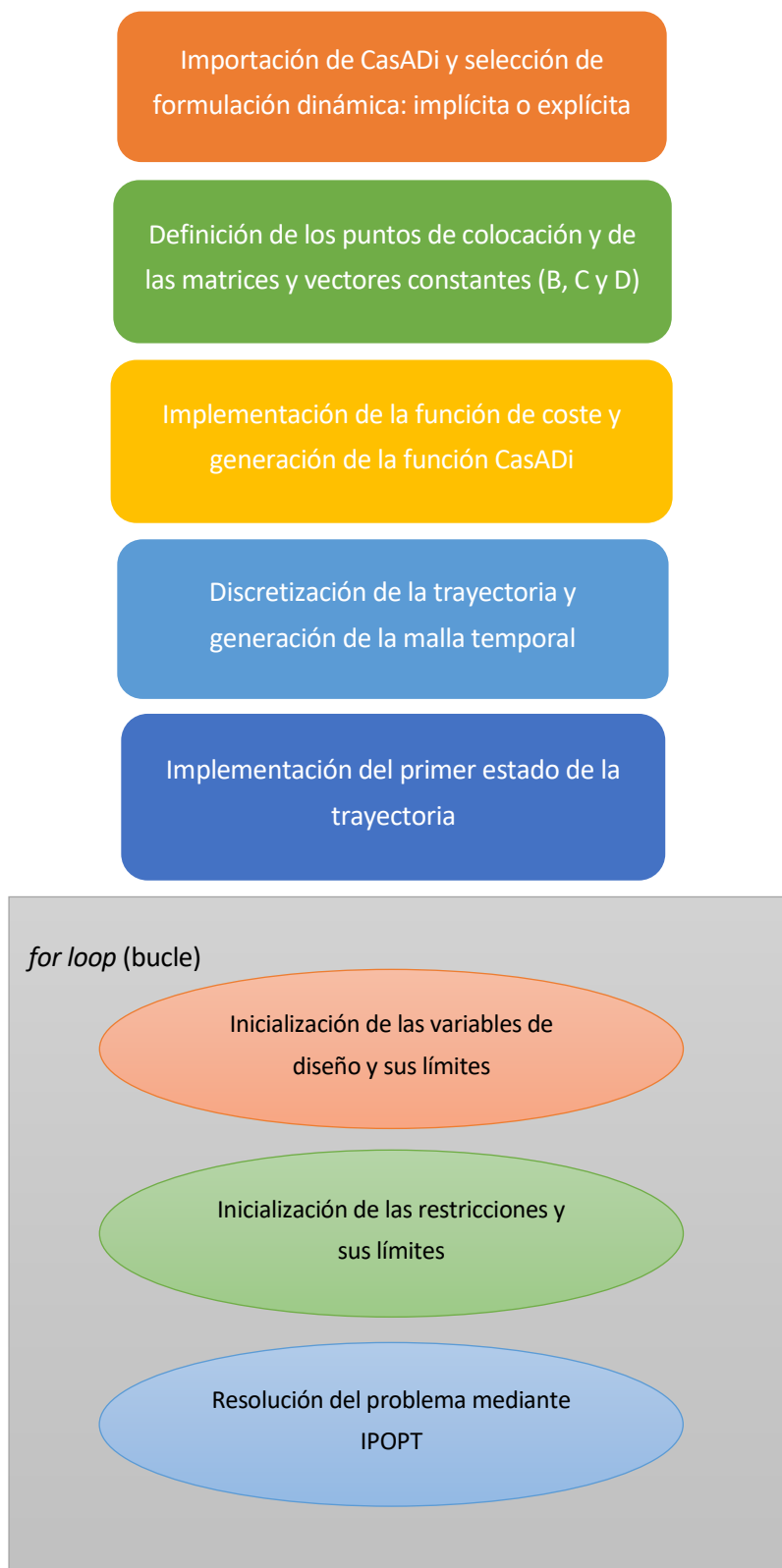


Figura 12. Generación del NLP

4.5. Material utilizado

Como ya se ha mencionado con anterioridad, el propósito de este proyecto es el de optimizar y simular el movimiento humano de manera computacional, por lo que la disponibilidad de un equipo informático es esencial para el desarrollo de esta iniciativa. En este caso, se ha utilizado un portátil de la marca *Acer* modelo *Aspire F5-571G-74M7* (procesador *Intel Core i7-5500U* con 8 GB de RAM).

Además de un equipo informático adecuado, se precisa de software específico para poder ejecutar la optimización y, posteriormente, poder simular los resultados obtenidos. A continuación, se expone cada uno de los programas utilizados junto a una breve descripción de su utilidad en el proyecto:

- API del OpenSim versión 4.0: interfaz de programación que permite la creación de modelos biomecánicos y su procesado.
- GUI del OpenSim versión 3.3: interfaz gráfica que permite visualizar los modelos biomecánicos del cuerpo humano.
- CasADi versión 3.3: se trata de una herramienta utilizada para la diferenciación automática (diferenciación algorítmica), que implementa los algoritmos necesarios para la optimización numérica no lineal.
- AdolC versión 2.6.2: librerías en C++ que permiten obtener la información de las derivadas parciales obtenidas a través de diferenciación automática.
- MATLAB R2017b: es el entorno principal de trabajo, donde se ejecuta el código de la optimización. Dado que no necesita compilar el código, es muy útil para programas simples ya que disminuye en gran medida el tiempo de ejecución. Sin embargo, puesto que el cálculo de la dinámica inversa en un sistema multi-sólido es complejo, se utiliza la API de OpenSim en C++ y se trasladará la información al MATLAB a través de un archivo *.dll*.
- VisualStudio 2015: permite compilar diferentes códigos C++. En este caso se compila el código utilizando las librerías de OpenSim y AdolC en C++ necesarios para obtener las ecuaciones de movimiento y los datos principales (distancias relativas, centros de gravedad, masas y momentos de inercia) sobre los distintos elementos que componen el modelo biomecánico y crea un fichero de librerías dinámicas *dll*.
- CMake versión 3.6.2: es el encargado de crear los *links* entre librerías de C++, y crear el proyecto de *VisualStudio*.



5. Análisis de resultados

Como ya se ha mencionado con anterioridad en este documento, se han optimizado dos movimientos bidimensionales diferentes: la flexión de la rodilla izquierda a 90° y la marcha de una persona. El solucionador IPOPT resuelve el problema no lineal mediante las suposiciones iniciales de los controles implementados en el algoritmo. Comprueba las restricciones impuestas y calcula el error asociado. Si dicho error es mayor que el límite permitido, repite el proceso reiteradamente cambiando el valor de las variables de diseño utilizadas en función de la dirección marcada por el Jacobiano de la función de coste y las restricciones, hasta obtener un error en las restricciones aceptable. Por lo tanto, se debe imponer un número máximo de iteraciones para que el solucionador se detenga si no se logra converger en un resultado óptimo.

Las soluciones obtenidas al acabar la optimización pueden ser de varios tipos distintos, siendo las más comunes: solución óptima (se ha hallado un resultado válido dentro del número de iteraciones máximas impuesto), no convergente (se ha excedido el máximo de iteraciones permitido) o solución que no cumple con las restricciones impuestas.

Respecto al refinamiento de la trayectoria utilizado, se han implementado 100 intervalos, ya que permite un buen refinamiento de la optimización (precisión en los resultados) sin un tiempo de ejecución excesivamente alto.

El siguiente apartado está destinado a exponer y analizar los resultados obtenidos de las optimizaciones, los cuales constan de las coordenadas, velocidades y momentos angulares de cada articulación, y las fuerzas de contacto ejercidas entre el modelo biomecánico y el suelo.

5.1. Caso comparativo

Para comprobar qué configuración es la que genera mejores resultados en el menor tiempo posible, se ha aplicado un movimiento relativamente simple, permitiendo realizar la comparación de forma rápida e intuitiva. El problema consiste en la flexión de la rodilla izquierda a 90° desde un estado inicial erguido. La Figura 13 muestra el estado inicial y final del movimiento, cuyas coordenadas se ven representadas en la Figura 14.

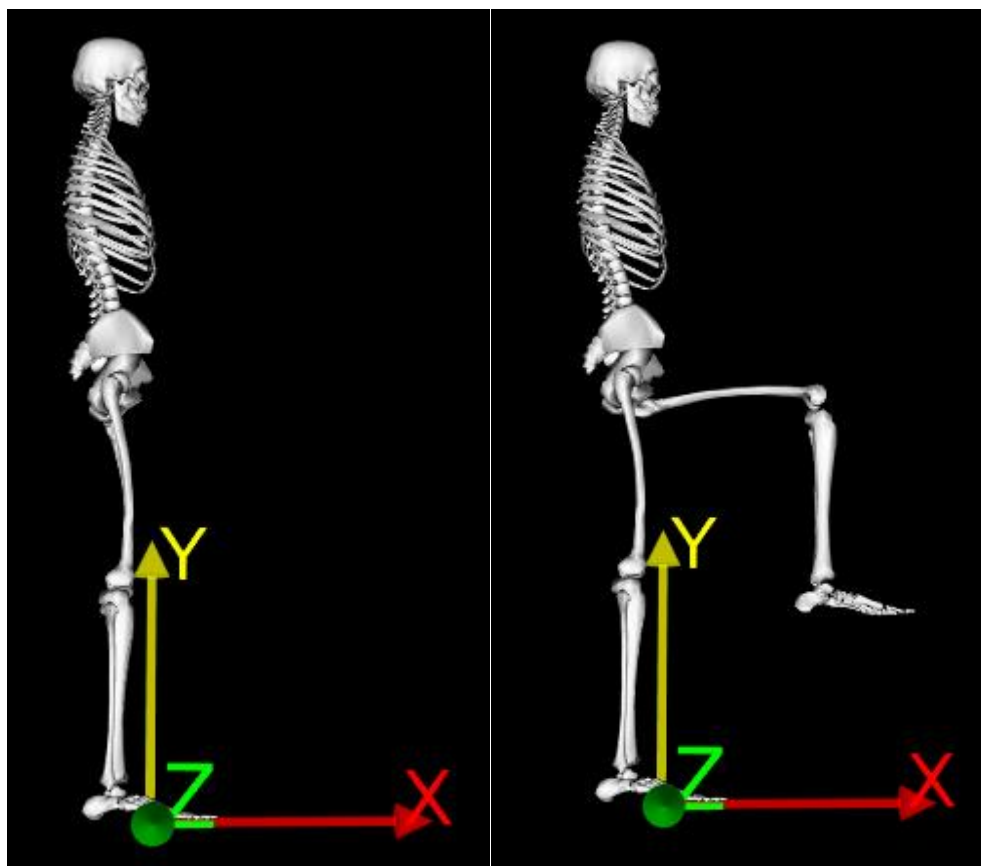


Figura 13. Estado inicial (izquierda) y final (derecha) del movimiento de flexión de rodilla

Name	Value			Speed
pelvis_tilt	0.000	-90	90	0.000
pelvis_tx	0	-5	5	0.000
pelvis_ty	0.940	-1	2	0.000
hip_flexion_r	0.000	-120	120	0.000
knee_angle_r	0.000	-120	10	0.000
ankle_angle_r	0.000	-90	90	0.000
hip_flexion_l	0.000	-120	120	0.000
knee_angle_l	0.000	-120	10	0.000
ankle_angle_l	0.000	-60	60	0.000
lumbar_extension	0.000	-90	90	0.000

Name	Value			Speed
pelvis_tilt	0.000	-90	90	0.000
pelvis_tx	0.000	-5	5	0.000
pelvis_ty	0.940	-1	2	0.000
hip_flexion_r	0.000	-120	120	0.000
knee_angle_r	0.000	-120	10	0.000
ankle_angle_r	0.000	-90	90	0.000
hip_flexion_l	90.000	-120	120	0.000
knee_angle_l	-90.000	-120	10	0.000
ankle_angle_l	0.000	-60	60	0.000
lumbar_extension	0.000	-90	90	0.000

Figura 14. Coordenadas iniciales (izquierda) y finales (derecha) del movimiento

Una vez implementado el problema en el algoritmo, se procede a su resolución utilizando diferentes criterios de minimización, los cuales tendrán un peso asociado en la función de coste. Las variables de mayor interés a la hora de minimizar dicha función son las velocidades, las aceleraciones y los momentos articulares, pudiendo combinarlas entre ellas.

Para este caso, se ha considerado un número límite de iteraciones del solucionador de 900, ya que da suficiente margen para que puedan converger las optimizaciones y, en el caso que no converja, no es necesario invertir una mayor cantidad de tiempo para comprobar los resultados. Por tanto, toda configuración que exceda este límite, a pesar de que pudiera generar una solución óptima, se considerará como no convergente, ya que es relevante que las optimizaciones sean rápidas y, por lo tanto, que tengan un coste computacional relativamente bajo.

La Tabla 4 lista todas las configuraciones estudiadas junto el tipo de solución que genera, el número de iteraciones utilizado, el tiempo de ejecución y el error máximo de las restricciones obtenido.

Criterio de minimización	Peso en la optimización*	Solución	Número de iteraciones	Tiempo de solución (s)	Error de restricción
Momentos (u_T)	$f_c(u_T)$	No convergente	--	--	--
Momentos (u_T) y aceleraciones (u_a)	$f_c(u_T) + 0.01f_c(u_a)$	Convergente	280	544	5.10e-6
Velocidades (\dot{x})	$f_c(\dot{x})$	Convergente	458	939	3.33e-5
Velocidades (\dot{x}) y aceleraciones (u_a)	$f_c(\dot{x}) + 0.001f_c(u_a)$	Convergente	278	587	5.02e-5
Momentos (u_T), aceleraciones (u_a) y velocidades (\dot{x})	$f_c(u_T) + 0.01f_c(u_a) + 0.01f_c(\dot{x})$	Convergente	335	672	9.33e-6

Tabla 4. Tabla comparativa de las soluciones de los distintos criterios de minimización * $f_c(x)$ hace referencia a la función de coste asociada al criterio x .

De las distintas configuraciones disponibles se descarta la minimización de los momentos articulares, ya que excede el número máximo de iteraciones impuestas con anterioridad. Por lo que respecta a las demás, se puede observar que el criterio con menor coste computacional y error de restricciones asociado es el de minimizar momentos y aceleraciones.

Sin embargo, para poder conocer el mejor criterio de optimización se deben comparar los resultados obtenidos de cada uno, es decir, las coordenadas, velocidades, aceleraciones, momentos articulares y fuerzas de contacto. Para facilitar su análisis se ha generado un gráfico para cada uno de los estados y controles en el que se ven representados los valores de cada variable (eje vertical) para cada intervalo

de la discretización de la trayectoria (eje horizontal). Además, se debe tener en cuenta que los valores de los ángulos están en radianes, las coordenadas de la pelvis en metros y las fuerzas newtons. Las simulaciones del movimiento de cada una de las configuraciones se incluyen en el Anexo.

Respecto a la coherencia de las coordenadas obtenidas (Figura 15) con el movimiento en cuestión, dado que se trata de la elevación de la rodilla izquierda a noventa grados, el ángulo de cadera izquierda debe aumentar, mientras que, a su vez, el de la rodilla debe disminuir hasta el mismo valor. Además, el resto de articulaciones debe permanecer en un intervalo de valores próximos a 0 grados.

Se puede apreciar que la coordenada vertical adquiere un valor inicial mayor que el impuesto en las condiciones del problema (ver Figura 14) para luego descender (0.94-0.95m). Esto es debido a errores en la estimación de la constante de disipación (c^*) y el módulo elástico (E^*) de las esferas que componen el modelo de contacto, provocando que se deba compensar los errores en las fuerzas de reacción aumentando o disminuyendo las aceleraciones verticales, que a su vez implican un desplazamiento anómalo del modelo.

A simple vista, los resultados de cada una de las configuraciones son bastante parecidos, sobre todo las coordenadas de la posición vertical relativa de la pelvis, y los ángulos de la cadera y rodilla izquierdas. La diferencia reside en el resto de coordenadas, ya que, en los casos en el que se minimiza \dot{x} y $\dot{x} + u_a$ se mantienen constantes y prácticamente iguales a 0, mientras que en los otros dos casos éstas coordenadas sufren un ligero cambio hasta el final de la trayectoria, volviendo a su valor inicial. Aun así, los resultados están dentro de un rango de valores admisibles.

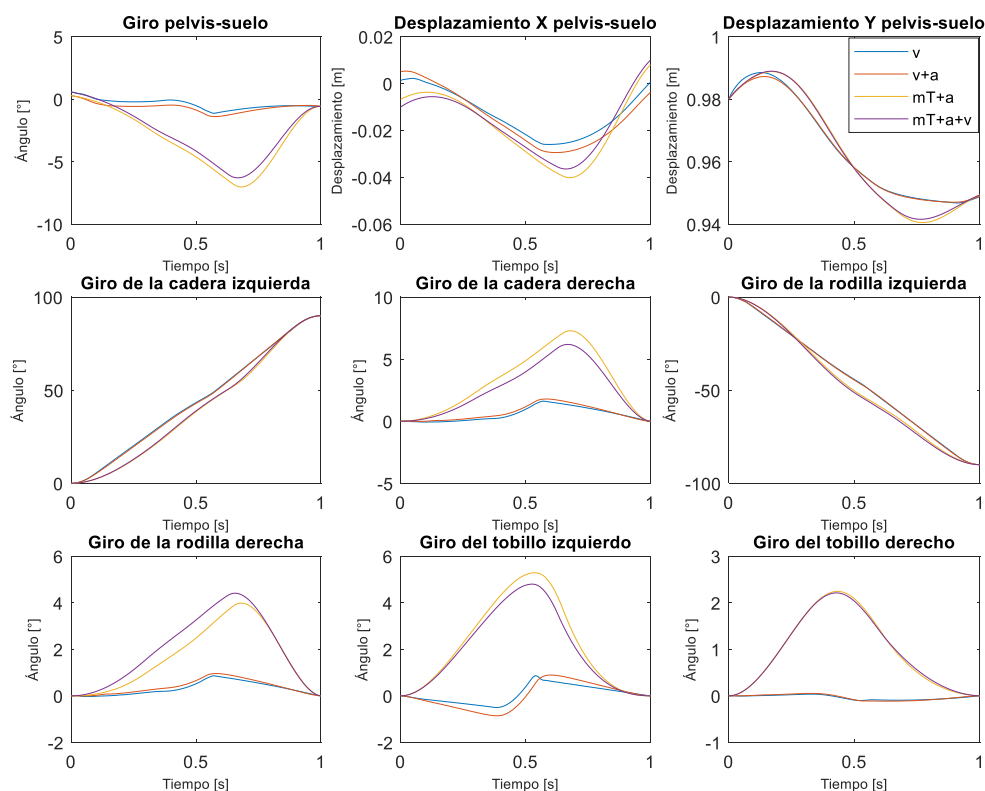


Figura 15. Coordenadas del movimiento de flexión de rodilla izquierda obtenidas mediante distintos criterios de optimización. La leyenda hace referencia a la minimización de las velocidades (v), de las velocidades y aceleraciones ($v+a$), de los momentos articulares y aceleraciones ($mT+a$), y de los momentos articulares, aceleraciones y velocidades ($mT+a+v$).

Las velocidades obtenidas (Figura 16) son coherentes en la mayoría de los casos con el movimiento a optimizar, ya que las de la rodilla y la cadera izquierda aumentan hasta un cierto valor (teniendo en cuenta que el sentido de la primera es negativo) para luego disminuir hasta una velocidad nula, ya que el movimiento finaliza en reposo. Sin embargo, se observa que la velocidad de desplazamiento vertical varía a lo largo del tiempo cuando debería mantenerse en un margen muy cercano a 0 rad/s. Esto es debido al problema mencionado anteriormente sobre el modelo de contacto. Respecto al resto de velocidades, como era de esperar, se mantienen en un rango de valores cercanos a 0 rad/s.

Se puede observar que las velocidades de la rodilla y la cadera izquierda sufren una ligera disminución a mitad del movimiento para todas las optimizaciones. Esto puede ser debido a que, por cuestiones de coste óptimo, el movimiento de la pierna izquierda se ve impulsado mediante el resto de articulaciones, lo cual explicaría el mínimo de ambas velocidades junto a los máximos y mínimos de los demás resultados (aun así, siguen siendo menores que las de la pierna flexionada).

Comparando los gráficos obtenidos, se observa que las velocidades generadas por la minimización de la suma cuadrática de éstas adquieren valores inferiores que los obtenidas mediante los demás

criterios, pero los cambios son mucho más abruptos. El hecho de incluir las aceleraciones en el criterio de minimización suaviza el comportamiento de los datos a lo largo del recorrido.

Además, se puede apreciar que los resultados generados al minimizar los momentos y las aceleraciones son prácticamente idénticos a los obtenidos cuando se añaden las velocidades en la función de coste total. Ambos criterios generan resultados mucho más estables, sin embargo, los valores obtenidos son mayores que los generados mediante los demás criterios, y se puede apreciar máximos y mínimos en la etapa final del movimiento.

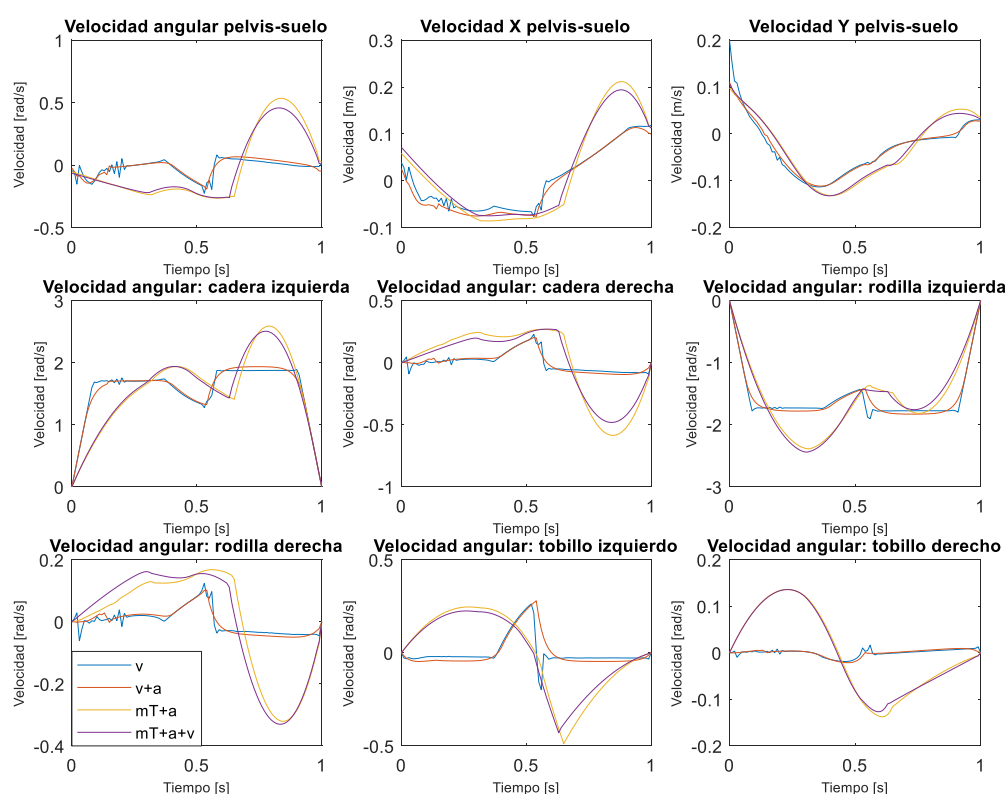


Figura 16. Velocidades del movimiento de flexión de rodilla izquierda obtenidas mediante distintos criterios de optimización. Para la descripción de la leyenda, ver Figura 15.

Por lo general, las aceleraciones resultantes (Figura 17) son bastante irregulares, sobre todo las obtenidas al minimizar la suma cuadrática de velocidades y la suma cuadrática ponderada de velocidades más aceleraciones. Respecto a los demás criterios, los resultados proporcionados son más estables y prácticamente idénticos. Aun así, el comportamiento de las aceleraciones coincide con el movimiento en cuestión, ya que tanto la cadera como la rodilla izquierda inician el movimiento con una aceleración máxima (implicando un incremento de velocidad inicial) que disminuye para luego cambiar de signo a mitad del recorrido (implicando una disminución en la velocidad).

Cerca de la mitad del recorrido se vuelve a apreciar una irregularidad en los resultados de todos los criterios estudiados. Si se compara con los valores obtenidos de la velocidad, se puede ver cómo las irregularidades coinciden en los mismos intervalos de tiempo.

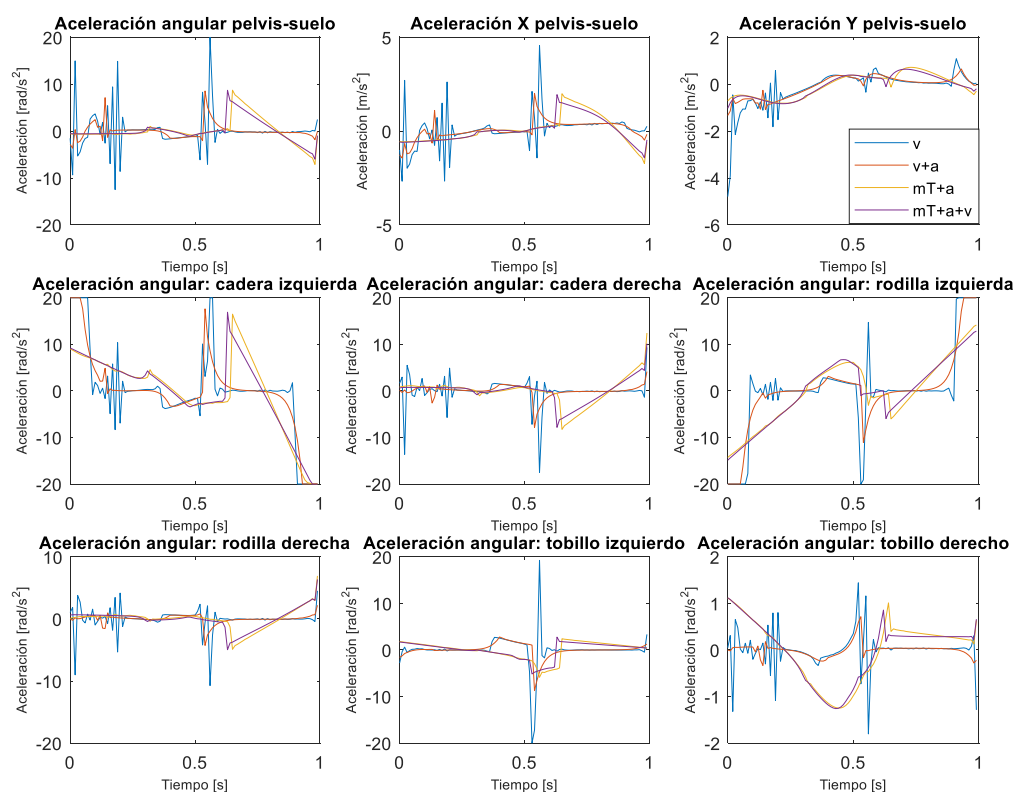


Figura 17. Aceleraciones del movimiento de flexión de rodilla izquierda obtenidas mediante distintos criterios de optimización. Para la descripción de la leyenda, ver Figura 15.

Tal y como sucedía en los casos anteriores, los momentos obtenidos (Figura 18) al minimizar las velocidades presentan un gran número de irregulares. El hecho de incluir las aceleraciones en el criterio de optimización suaviza en gran medida estos picos manteniendo el mismo comportamiento. Aun así, los resultados obtenidos por los demás criterios de optimización son mucho más estables y no presentan un aumento repentino al inicio del movimiento.

Nótese que los momentos de las articulaciones de una misma pierna se comportan de manera muy similar, a pesar de adquirir valores distintos. Esto puede ser indicativo de que en el movimiento las articulaciones de una misma extremidad trabajan colaborativamente. Además, se aprecia cierta simetría axial entre los gráficos de las aceleraciones en articulaciones contralaterales (por ejemplo, la cadera izquierda y la derecha), lo cual tiene sentido ya que el momento resultante en la pelvis debe ser prácticamente nulo para evitar que la pelvis y torso giren demasiado respecto al suelo.

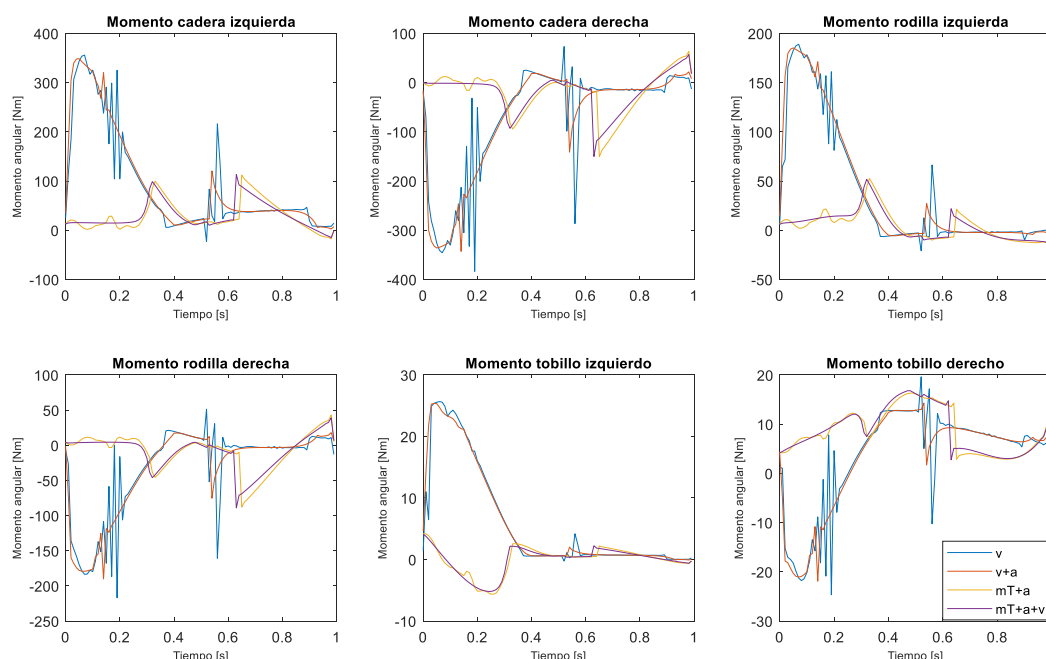


Figura 18. Momentos articulares del movimiento de flexión de rodilla izquierda obtenidas mediante distintos criterios de optimización. Para la descripción de la leyenda, ver Figura 15.

Finalmente, respecto a las fuerzas de contacto (Figura 19), se puede apreciar que las resultantes verticales tan sólo adquieren valores positivos, lo cual es un indicio de que se ha obtenido un resultado coherente debido a que el contacto vertical tan sólo puede tomar valores mayores a 0 N. Respecto a las fuerzas horizontales, tiene sentido que sean en su mayoría negativas, debido a que la flexión de la pierna crea un desequilibrio que se debe compensar aumentando la fuerza que ejerce el pie en el suelo.

Como era de esperar, las reacciones obtenidas del pie izquierdo empiezan con el mismo valor que en el derecho (ya que soportan el peso del modelo entre los dos), pero descienden rápidamente a valores próximos a 0 N a medida que pasa el tiempo debido a la ausencia del contacto a lo largo del movimiento.

Como en los casos anteriores, los resultados generados utilizando el criterio de minimización de las velocidades, poseen bastantes irregularidades, y al añadir las aceleraciones en la función de coste, se suavizan en gran medida. Además, se aprecia que las fuerzas de contacto obtenidas al minimizar los momentos articulares y las aceleraciones son muy parecidas a las generadas al añadir las velocidades en la misma función de coste.

Se puede apreciar que existen ciertas irregularidades en las fuerzas de contacto del pie derecho, justo en los mismos intervalos de la trayectoria que en los casos vistos con anterioridad, lo cual es lógico debido a la dependencia directa de estas variables. Esto puede ser debido a que, por cuestiones de

coste mínimo, la flexión de la rodilla izquierda en ese punto se vea impulsada por el resto de articulaciones mediante una sacudida de todo el modelo, lo que explicaría las irregularidades en las velocidades, aceleraciones y momentos de las demás uniones.

Habiendo analizado todos los resultados cinemáticos y dinámicos del movimiento, se puede afirmar que el mejor criterio de optimización es el que incluye los momentos, las aceleraciones y las velocidades angulares, ya que ofrece los resultados más continuos y trayectorias más suaves. Sin embargo, se ha escogido no incluir las velocidades en la función de coste para realizar la optimización de la marcha debido a que los resultados generados son prácticamente idénticos y tiene un menor coste computacional asociado (tal y como se expuso en la Tabla 4).

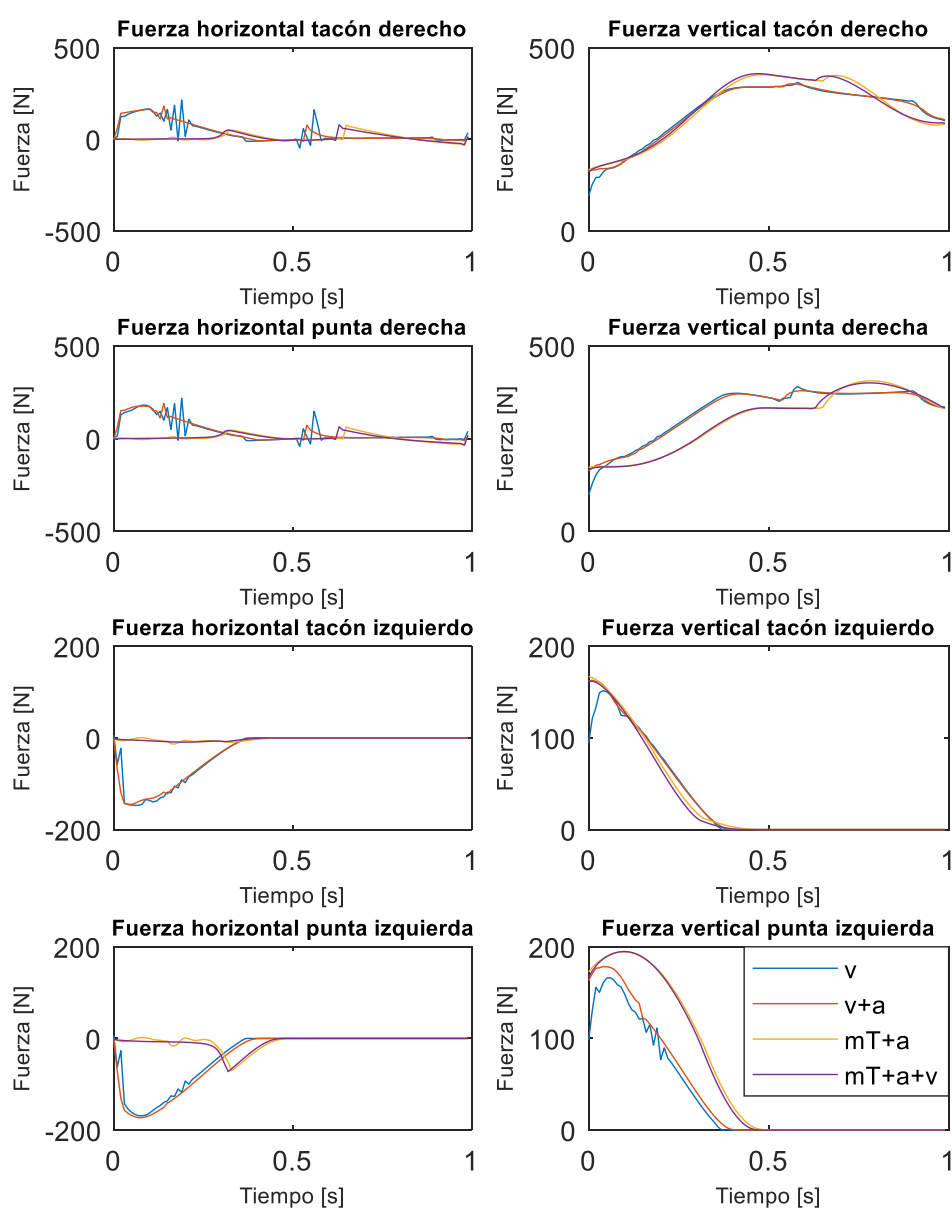


Figura 19. Fuerzas de contacto del movimiento de flexión de rodilla izquierda obtenidas mediante distintos criterios de optimización. Para la descripción de la leyenda, ver Figura 15.

5.2. Análisis de la marcha

Dado que la marcha de una persona es relativamente compleja a nivel cinemático y dinámico de sólido rígido, se ha subdividido el problema en tres optimizaciones sencillas diferentes correspondientes a tres intervalos de tiempo, para facilitar su resolución. Se hicieron pruebas iniciales en las que se optimizaba el movimiento completo, pero en ninguno de los casos se lograba converger a una solución óptima. Los siguientes desplazamientos se han optimizado minimizando los momentos articulares junto a las aceleraciones. La simulación completa de la marcha se encuentra referenciado en el Anexo.

5.2.1. Primera parte de la marcha

La primera parte se inicia en un estado completamente de pie (con los pies juntos) y se finaliza en un paso con el pie izquierdo hacia delante, con un desplazamiento de la pelvis de 30 centímetros. La Figura 20 muestra el estado inicial y final del movimiento, y la Figura 21 sus respectivas coordenadas.

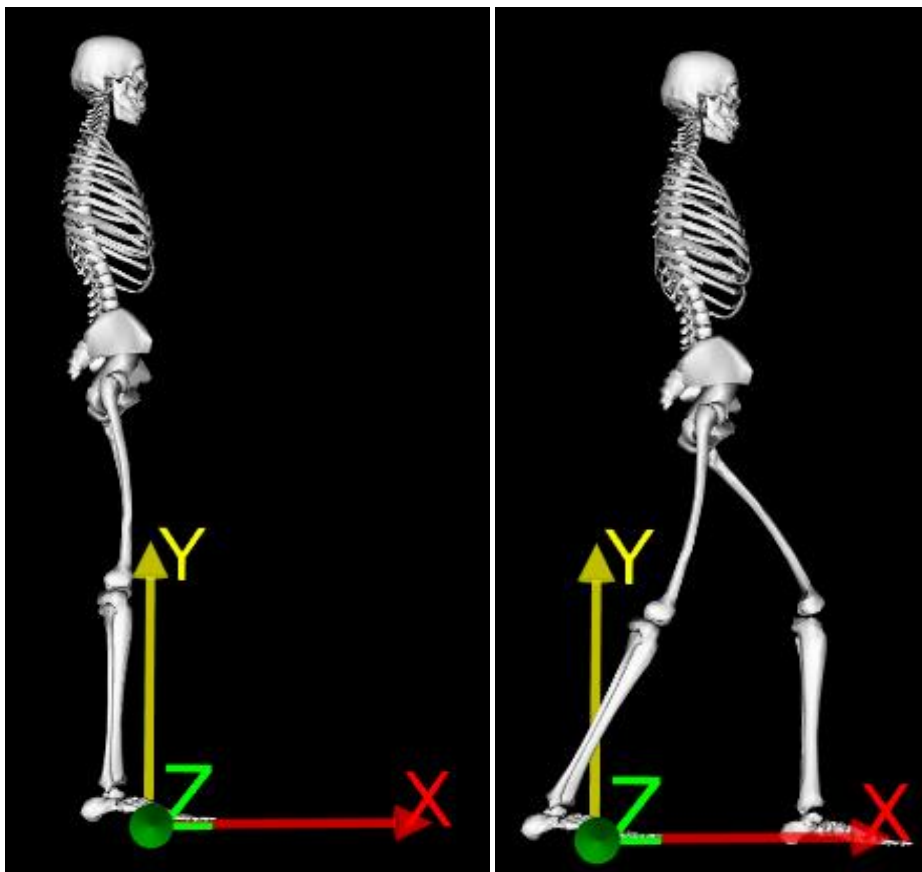


Figura 20. Estado inicial (izquierda) y final (derecha) de la primera parte de la marcha.

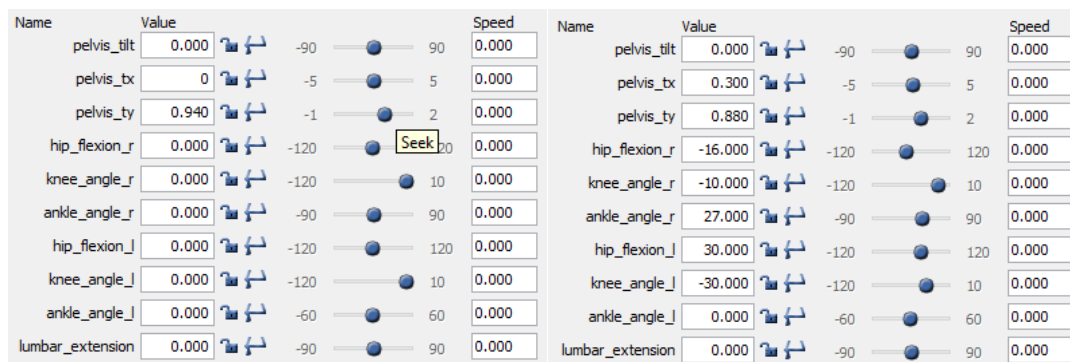


Figura 21. Coordenadas iniciales (izquierda) y finales (derecha) de la primera parte de la marcha.

Por lo general, se observa que el comportamiento de las coordenadas a lo largo del movimiento (Figura 22) es continuo. Además, se cumple la condición de estado inicial y final (dentro de un margen admisible) en casi todos los casos.

El único comportamiento fuera de lo común es el del desplazamiento vertical, ya que debería disminuir hasta un valor de 0.88 m. Sin embargo, se aprecia un incremento inicial considerable que, posteriormente, desciende hasta un valor de 0.93 m. Este hecho probablemente es debido al mismo problema visto en el apartado 5.1, que la rigidez del modelo de contacto no es suficiente.

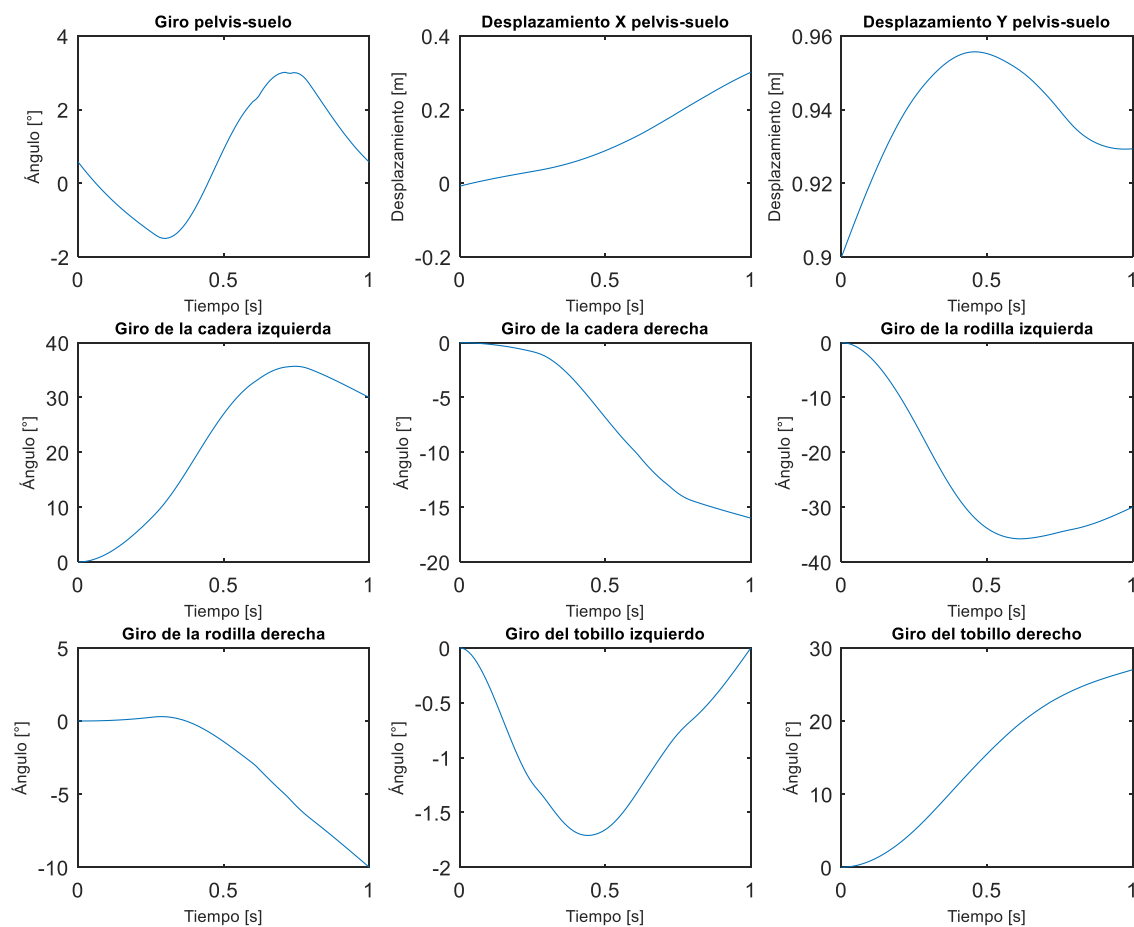


Figura 22. Coordenadas de la primera parte de la marcha.

Las velocidades de las articulaciones (Figura 23) de las piernas comienzan en reposo, y son generalmente estables (a excepción del giro de la pelvis y la cadera derecha). Sin embargo, el resto de variables adquieren un valor inicial y final distinto de cero debido a que los límites impuestos en la optimización permiten un cierto rango de variabilidad. Además, las velocidades finales no se anulan debido a que el movimiento no acaba en reposo, ya que se debe concatenar con las siguientes partes de la marcha para generar un desplazamiento continuo.

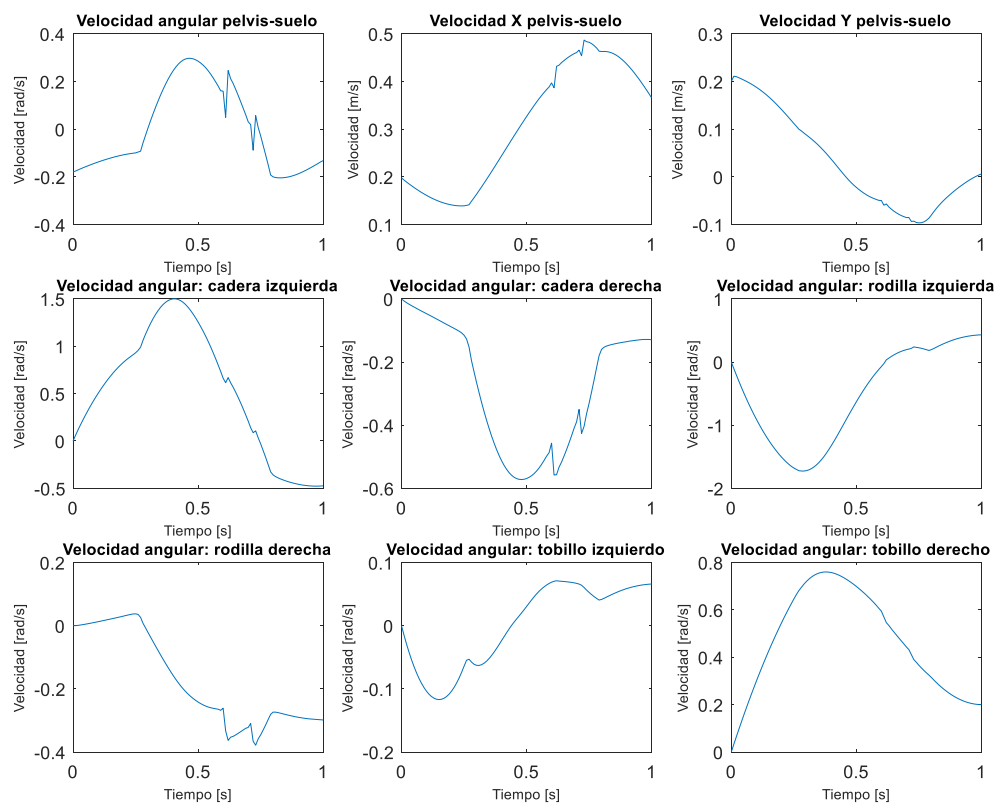


Figura 23. Velocidades de la primera parte de la marcha.

Respecto a las aceleraciones, se puede observar en la Figura 24 dos zonas de irregularidades en los mismos instantes de tiempo para todas las aceleraciones que coinciden con las de las velocidades. La primera se encuentra cerca de los 0.6 s y la segunda a los 0.70 s. Esto puede ser debido a inestabilidades generadas en el momento de apoyar el pie izquierdo en el suelo.

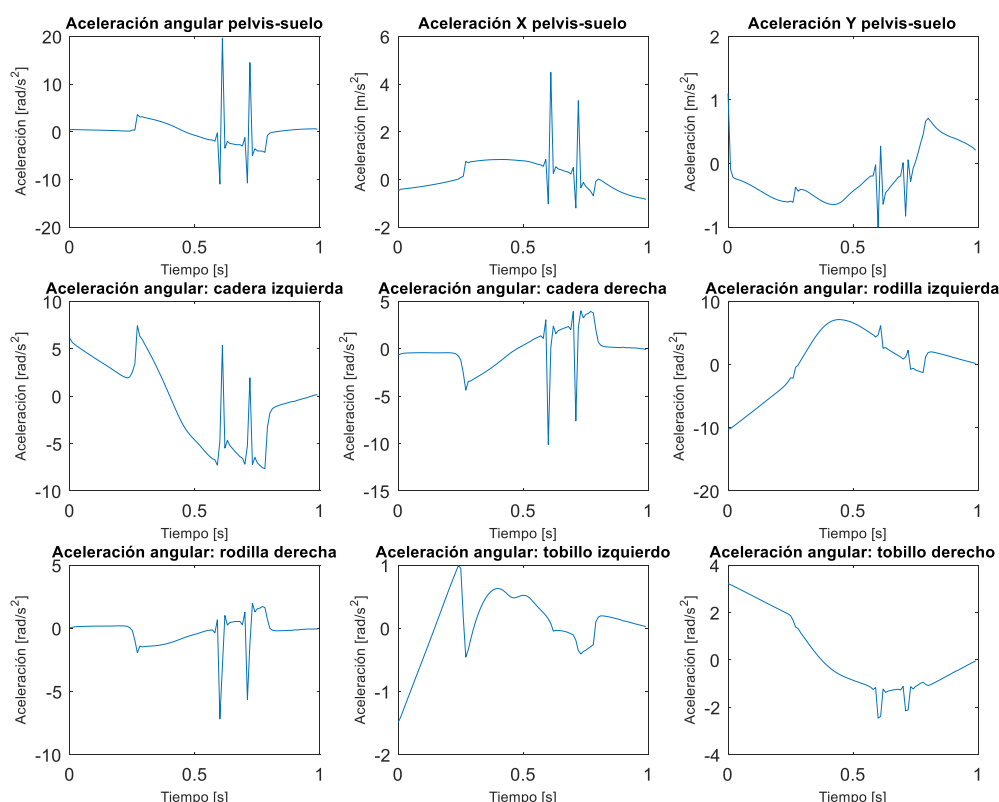


Figura 24. Aceleraciones de la primera parte de la marcha.

Teniendo en cuenta que el movimiento se inicia en un estado completamente de pie y estático, es razonable que el valor inicial de todos los momentos sea nulo (Figura 25). Alrededor de los 0.3 s se puede apreciar un pico relativamente grande en todas las articulaciones, lo cual puede ser debido al impulso inicial necesario para realizar el desplazamiento.

Si se analizan los valores en estos máximos y mínimos, se puede observar que los momentos de las articulaciones de la pierna izquierda (a excepción del tobillo) son negativos mientras que las de la derecha son positivos. El signo del momento indica si la articulación se flexiona o se extiende, teniendo en cuenta que momento de flexión en la cadera y el tobillo es positivo (negativo es extensión), mientras que en la rodilla flexión es negativo (positivo extensión).

Se puede apreciar cierta simetría axial en los gráficos de los momentos en las articulaciones contralaterales, tal y como sucedía al analizar el movimiento de flexión de la rodilla izquierda aislado. Además, se observa que el comportamiento de los momentos en las articulaciones de la misma pierna es muy parecido, lo cual podría indicar que trabajan en sinergia.

Respecto a las irregularidades en los momentos articulares, éstas se encuentran en los mismos intervalos de tiempo mencionados en el apartado de aceleraciones debido a la dependencia directa de ambas variables. Dado que el movimiento acaba en un estado de menor estabilidad (las articulaciones no están alineadas con el punto de referencia), el valor final de los momentos de las rodillas y los tobillos debe ser distinto de cero para poder mantener en equilibrio el sistema de sólidos rígidos, pudiendo adquirir valores considerablemente altos debido a la presencia de velocidades en el estado final.

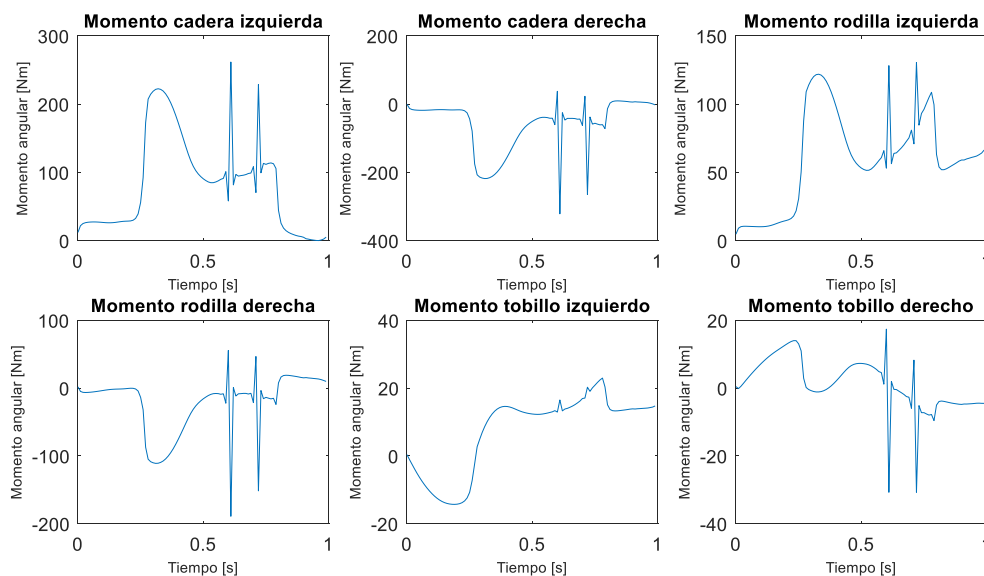


Figura 25. Momentos articulares de la primera parte de la marcha.

De los resultados obtenidos expuestos en la Figura 26, se puede apreciar que las fuerzas de contacto del pie derecho son mayores que las del izquierdo. Esto es debido a que debe soportar la mayor parte del peso en el desplazamiento (dado que el pie izquierdo se eleva para dar el paso) y debe estabilizar todo el cuerpo para mantener el equilibrio. Y, como era de esperar, las fuerzas verticales del izquierdo descienden considerablemente debido a la ausencia de contacto a mitad del recorrido. Al finalizar el movimiento vuelven a ascender hasta un valor mayor que las del derecho, indicando que la mayor parte del peso se sustenta en dicho pie en el estado final.

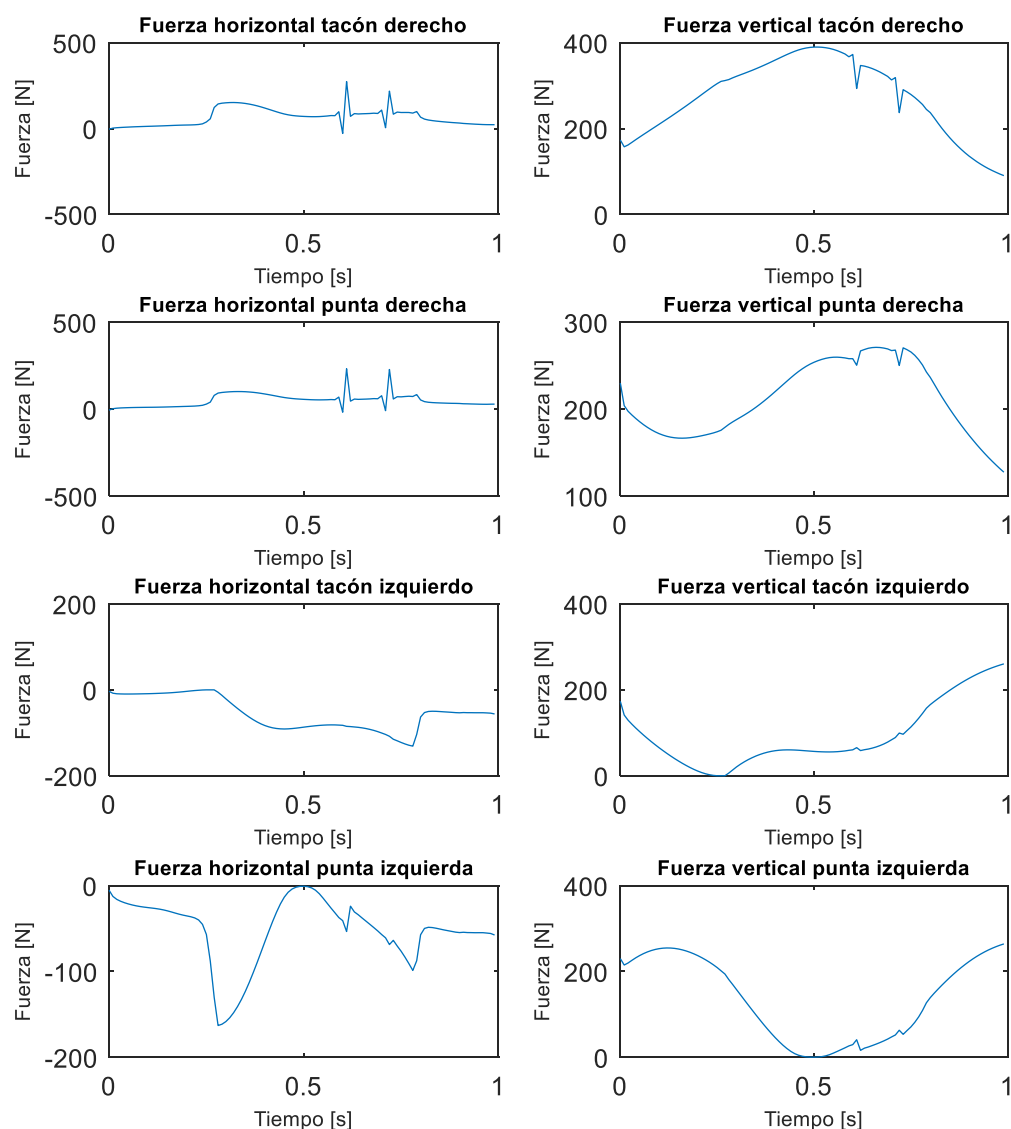


Figura 26. Fuerzas de contacto de la primera parte de la marcha.

5.2.2. Segunda parte de la marcha

La segunda parte del movimiento consiste en el avance de la pierna derecha, que había quedado atrasada en la primera parte del movimiento, en un estado de pie con la pierna izquierda completamente estirada (Figura 27). El tiempo total de este movimiento simulado es de 0.5 s. La Figura 28 muestra las coordenadas iniciales y finales del desplazamiento. La optimización se ha realizado con una discretización de 100 intervalos y se ha obtenido una solución óptima en la iteración 86, con un tiempo de cálculo asociado de 90 s.

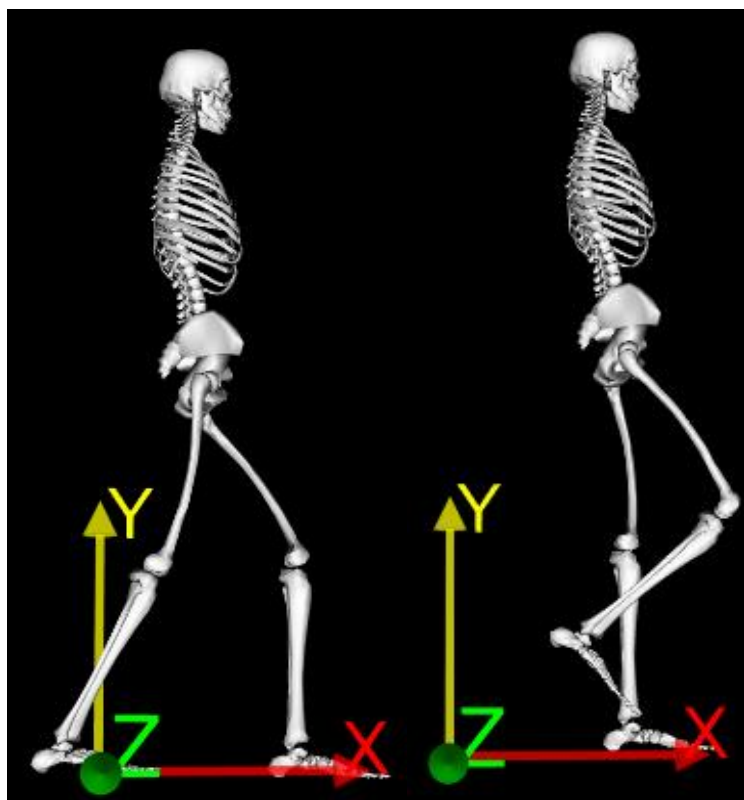















Figura 27. Estado inicial (izquierda) y final (derecha) de la segunda parte de la marcha.

Name	Value						Speed
pelvis_tilt	0.000			-90		90	0.000
pelvis_tx	0.300			-5		5	0.000
pelvis_ty	0.880			-1		2	0.000
hip_flexion_r	-16.000			-120		120	0.000
knee_angle_r	-10.000			-120		10	0.000
ankle_angle_r	27.000			-90		90	0.000
hip_flexion_l	30.000			-120		120	0.000
knee_angle_l	-30.000			-120		10	0.000
ankle_angle_l	0.000			-60		60	0.000
lumbar_extension	0.000			-90		90	0.000














Name	Value						Speed
pelvis_tilt	0.573			-90		90	0.000
pelvis_tx	0.467			-5		5	0.000
pelvis_ty	0.951			-1		2	0.000
hip_flexion_r	30.000			-120		120	0.000
knee_angle_r	-80.000			-120		10	0.000
ankle_angle_r	10.000			-90		90	0.000
hip_flexion_l	0.000			-120		120	0.000
knee_angle_l	0.000			-120		10	0.000
ankle_angle_l	0.000			-60		60	0.000
lumbar_extension	0.000			-90		90	0.000

Figura 28. Coordenadas iniciales (izquierda) y finales (derecha) de la segunda parte de la marcha.

Respecto a las coordenadas obtenidas (Figura 29), los valores iniciales coinciden con el estado final de la primera parte de la marcha, indicando que se ha logrado concatenar el movimiento exitosamente. Los estados finales cumplen con las condiciones impuestas en este apartado, y su transición a lo largo del recorrido es constante y estable.

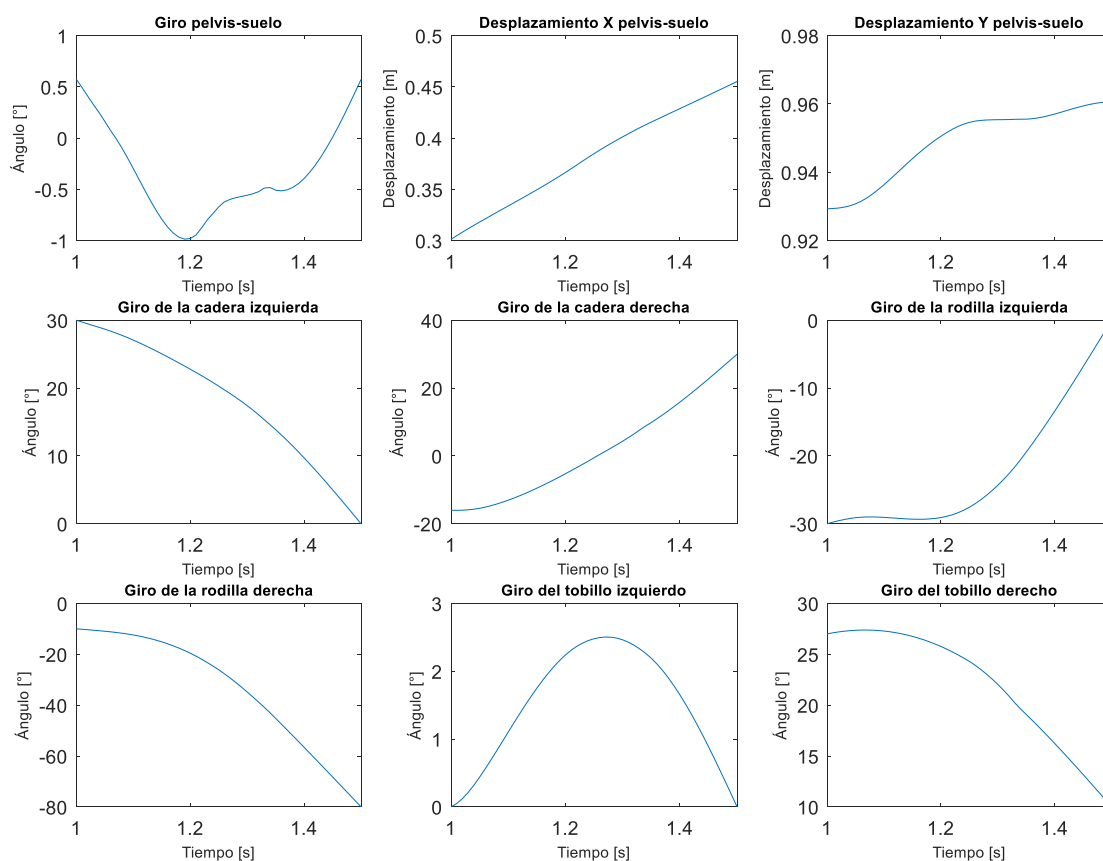


Figura 29. Coordenadas de la segunda parte de la marcha.

De las velocidades obtenidas (Figura 30), se pueden apreciar ciertas irregularidades en los resultados obtenidos, sobre todo en la velocidad angular de la pelvis respecto al suelo y en la velocidad de desplazamiento horizontal. Estas inestabilidades pueden ser debidas al problema del modelo de contacto mencionado con anterioridad. Respecto al resto de velocidades, presentan un comportamiento estable y continuo.

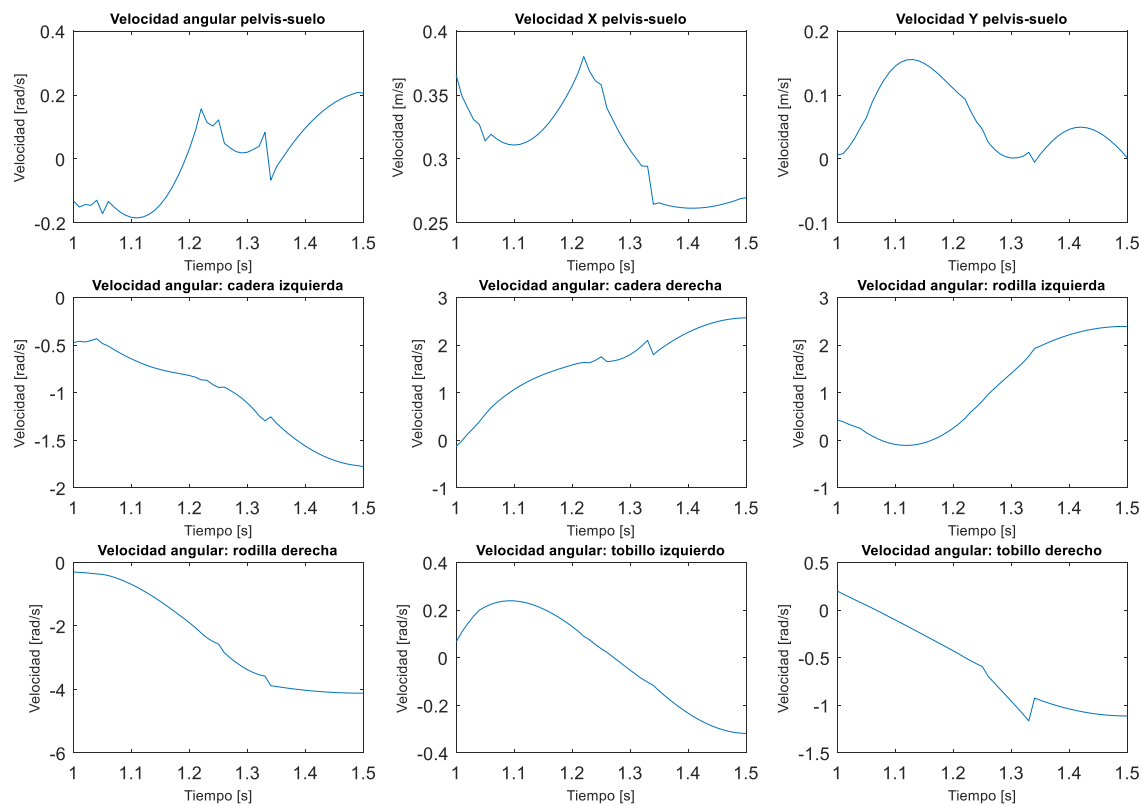


Figura 30. Velocidades de la segunda parte de la marcha.

Tal y como sucedía en los casos anteriores, las aceleraciones resultantes (Figura 31) poseen bastantes distorsiones y puntos anómalos. Cabe destacar un pico de aceleraciones de las articulaciones después de los 1.3 s, siendo indicio de un freno repentino del movimiento en ese instante de tiempo.

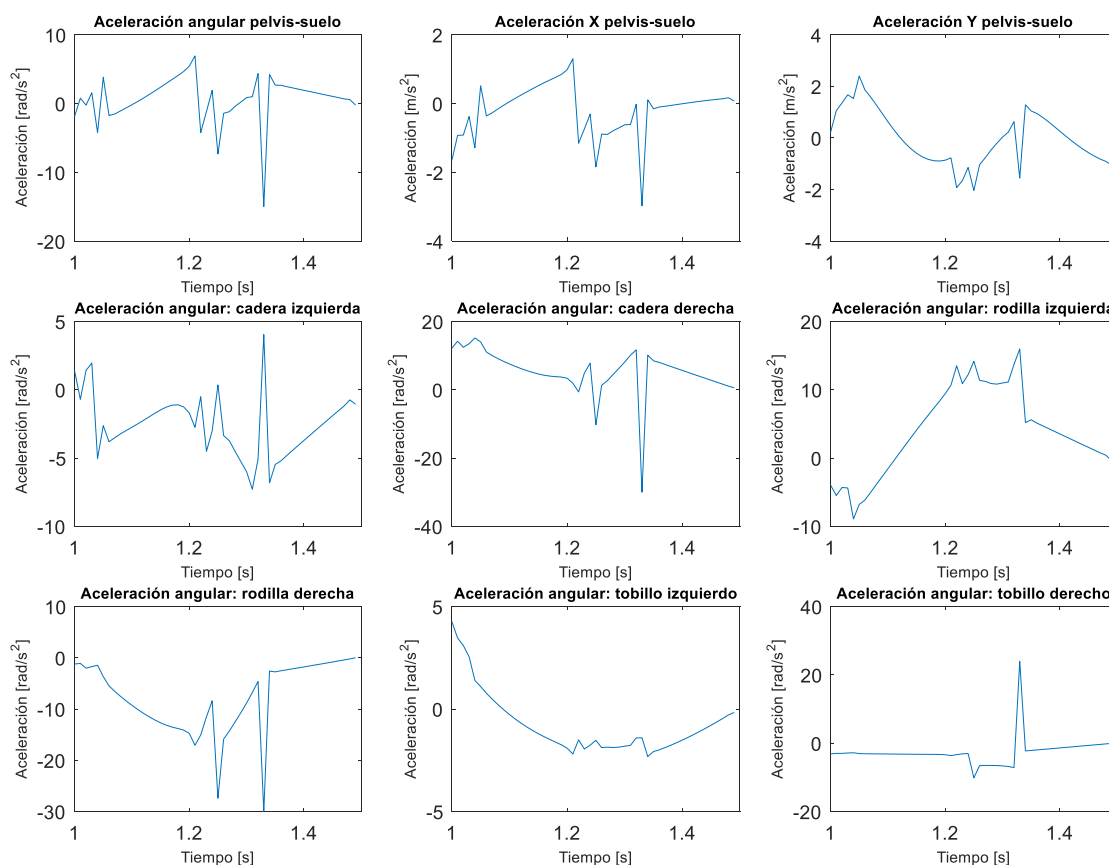


Figura 31. Aceleraciones de la segunda parte de la marcha.

Tal y como sucedía en los momentos obtenidos en la primera parte de la marcha, el comportamiento de los momentos de las articulaciones de la misma pierna es muy parecido, y se puede apreciar una cierta simetría axial en los gráficos de articulaciones contralaterales (ver Figura 32). Además, en este caso se observa un pico en la curva de los momentos cerca de 1.3 s, que coincide con el de las aceleraciones.

El incremento repentino de los momentos al inicio del desplazamiento es debido al impulso inicial necesario para efectuar el movimiento, como puede ser el impulso y la elevación de la pierna trasera para desplazar el cuerpo horizontalmente.

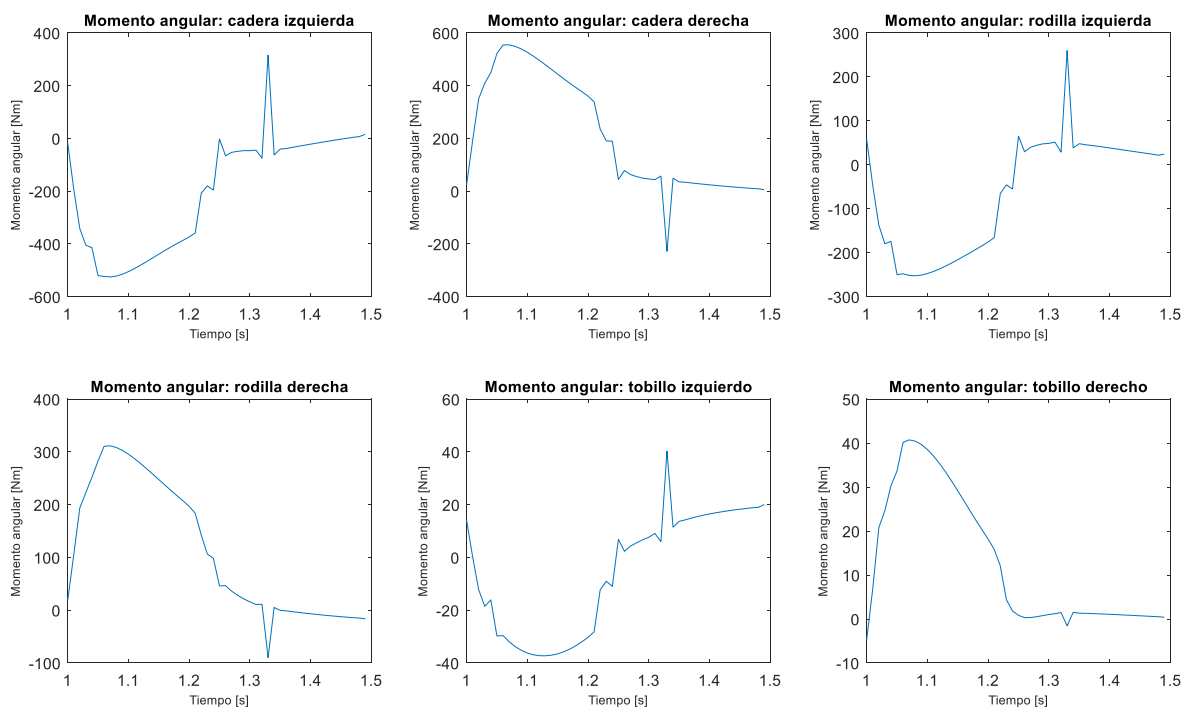


Figura 32. Momentos articulares de la segunda parte de la marcha.

Respecto al contacto de los pies con el suelo, se puede observar que las fuerzas horizontales mostradas en la Figura 33 aumentan en gran medida al inicio del movimiento debido al impulso realizado para desplazar todo el cuerpo hacia delante para poder proseguir con la marcha (coincide con los máximos obtenidos de los momentos articulares). Dado que el pie derecho es el que se encuentra atrasado, las fuerzas horizontales producidas son negativas, y, por tanto, las del pie izquierdo son positivas para poder asegurar el equilibrio dinámico del modelo. Del valor numérico de estos máximos se deduce que la punta del pie derecho genera la mayor fuerza de contacto, mientras que en el pie izquierdo se generan fuerzas muy parecidas en ambas zonas.

Y, como era de esperar, las fuerzas de reacción del pie derecho se anulan a medida que avanza el movimiento debido a la ausencia de contacto, y las horizontales del izquierdo acaban por desaparecer debido a que se logra el equilibrio dinámico en el estado final, dejando tan sólo fuerzas verticales originadas por el peso del modelo biomecánico.

Se puede apreciar una repentina disminución de las fuerzas de contacto horizontales del pie izquierdo en el mismo instante de tiempo donde se habían hallado irregularidades en las velocidades, aceleraciones y momentos.

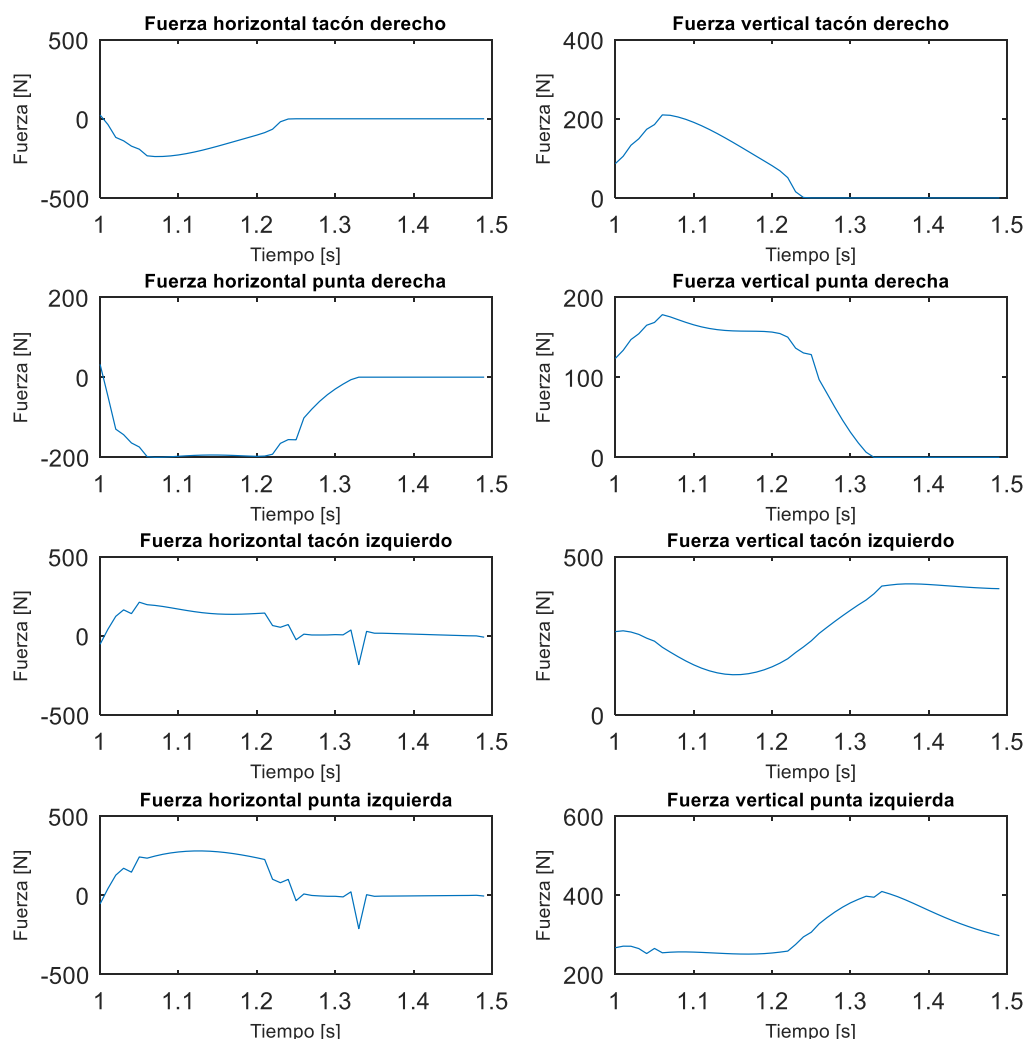


Figura 33. Fuerzas de contacto de la segunda parte de la marcha.

5.2.3. Tercera parte de la marcha

Para finalizar la marcha, el último movimiento optimizado consiste en la fase de balanceo, en la que se avanza la pierna derecha de un estado semiflexionado y elevado, a un estado apoyado y adelantado (Figura 34), semejante a la condición final del desplazamiento de la primera parte de la marcha. En la Figura 35 se exponen las coordenadas iniciales y finales impuestas. Se ha logrado hallar una solución óptima en la iteración 115, con un tiempo de cálculo de 98 s.

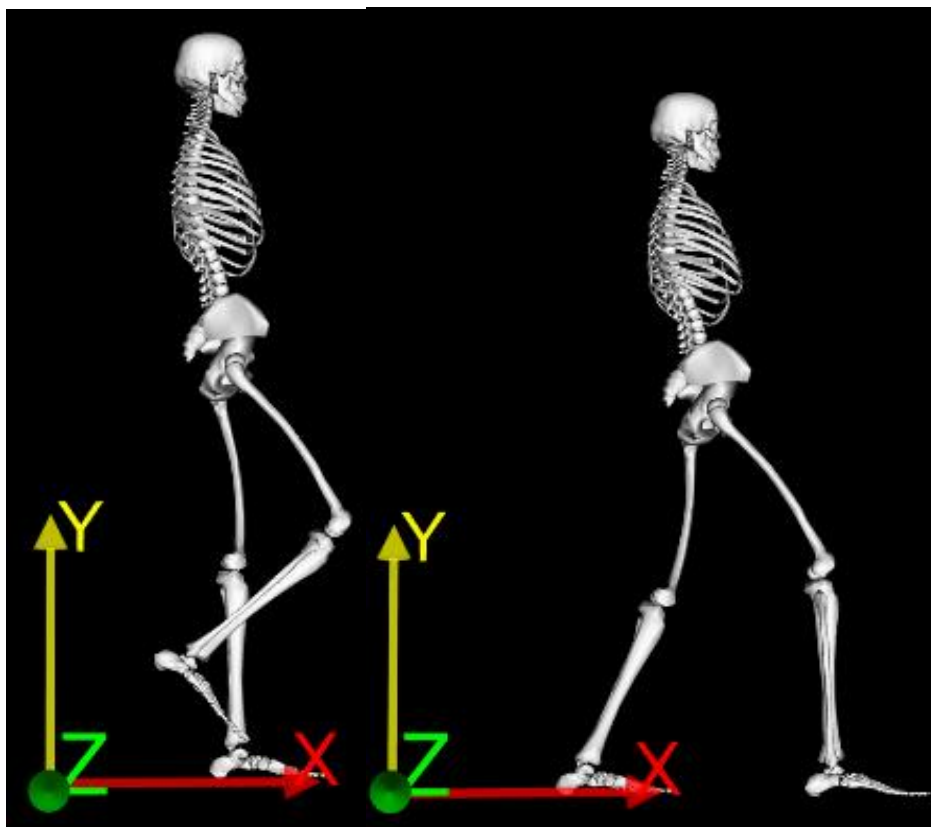


Figura 34. Estado inicial (izquierda) y final (derecha) de la tercera parte de la marcha.









































Name	Value				Speed	Name	Value				Speed		
pelvis_tilt	0.573		-90		90	<input type="text" value="0.000"/>	pelvis_tilt	0.000		-90		90	<input type="text" value="0.000"/>
pelvis_tx	0.467		-5		5	<input type="text" value="0.000"/>	pelvis_tx	0.770		-5		5	<input type="text" value="0.000"/>
pelvis_ty	0.951		-1		2	<input type="text" value="0.000"/>	pelvis_ty	0.880		-1	<div>Seek</div> 	2	<input type="text" value="0.000"/>
hip_flexion_r	30.000		-120		120	<input type="text" value="0.000"/>	hip_flexion_r	30.000		-120		120	<input type="text" value="0.000"/>
knee_angle_r	-80.000		-120		10	<input type="text" value="0.000"/>	knee_angle_r	-30.000		-120		10	<input type="text" value="0.000"/>
ankle_angle_r	10.000		-90		90	<input type="text" value="0.000"/>	ankle_angle_r	0.000		-90		90	<input type="text" value="0.000"/>
hip_flexion_l	0.000		-120		120	<input type="text" value="0.000"/>	hip_flexion_l	-16.000		-120		120	<input type="text" value="0.000"/>
knee_angle_l	0.000		-120		10	<input type="text" value="0.000"/>	knee_angle_l	-10.000		-120		10	<input type="text" value="0.000"/>
ankle_angle_l	0.000		-60		60	<input type="text" value="0.000"/>	ankle_angle_l	27.000		-60		60	<input type="text" value="0.000"/>
lumbar_extension	0.000		-90		90	<input type="text" value="0.000"/>	lumbar_extension	0.000		-90		90	<input type="text" value="0.000"/>

Figura 35. Coordenadas iniciales (izquierda) y finales (derecha) de la tercera parte de la marcha.

La Figura 36 muestra las coordenadas obtenidas a lo largo del recorrido, las cuales son continuas y estables para todo el desplazamiento. Los valores iniciales y finales coinciden con los impuestos en la Figura 35, a excepción del desplazamiento vertical. Esto es debido al margen permitido a la hora de realizar la optimización, por lo que es normal que no coincida exactamente con el valor final impuesto.

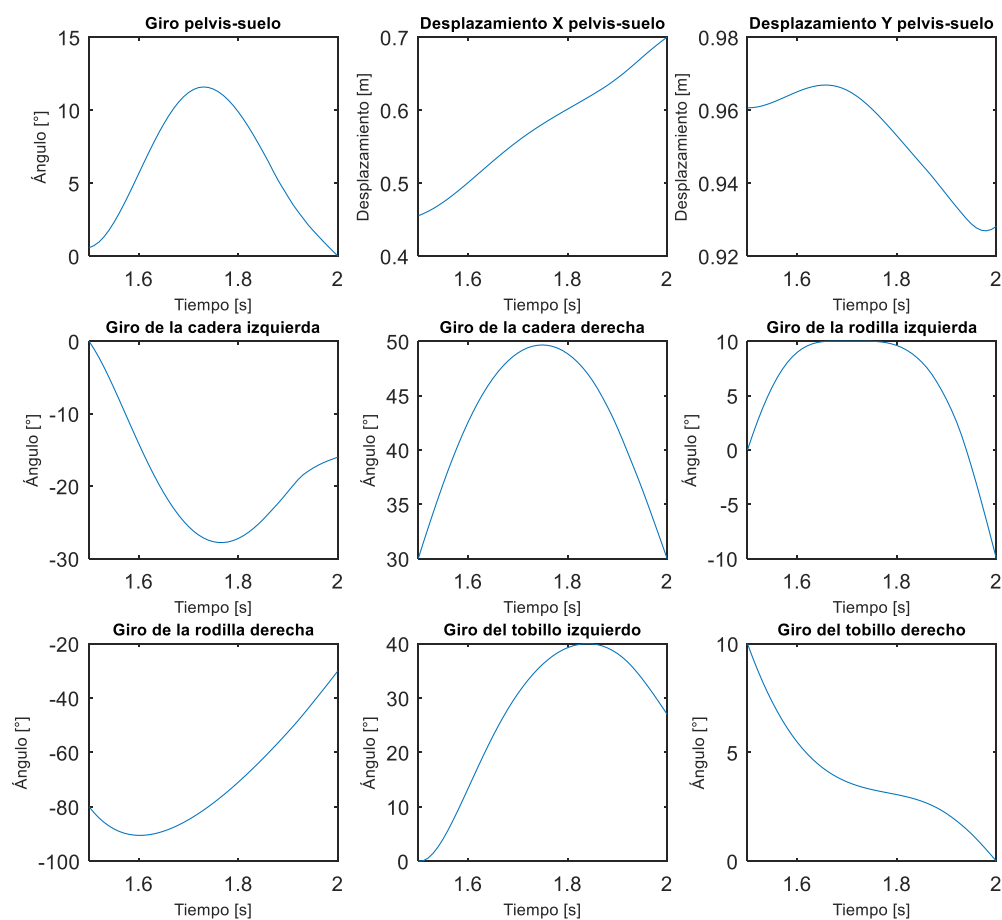


Figura 36. Coordenadas de la tercera parte de la marcha.

Respecto a las velocidades obtenidas (Figura 37), se observa que, por lo general, son continuas y estables. Nótese que, en el estado final, su valor no se anula, ya que se ha considerado un intervalo de variabilidad. Por lo tanto, el movimiento no finaliza en reposo, pudiéndolo concatenar con otros desplazamientos que amplíen la duración de la marcha.

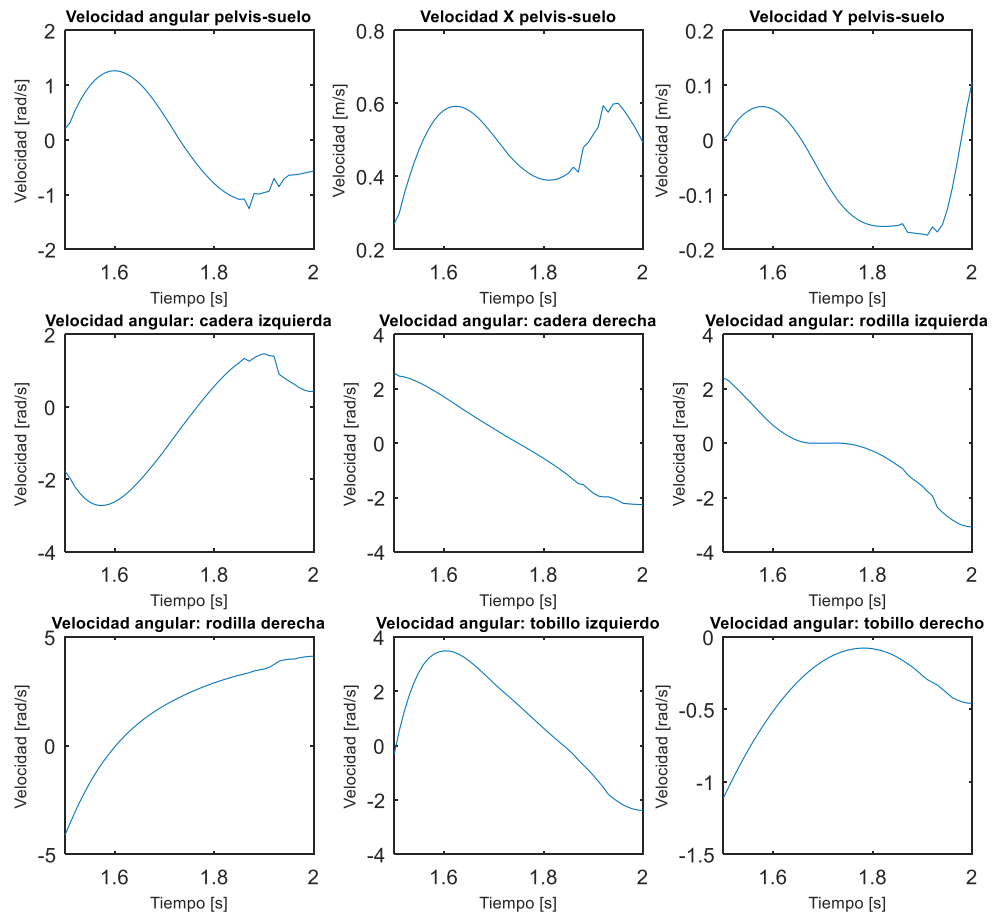


Figura 37. Velocidades de la tercera parte de la marcha.

Las aceleraciones obtenidas (Figura 38) presentan un comportamiento continuo y estable durante los dos primeros tercios del movimiento (exceptuando el instante inicial, que presenta un crecimiento repentino). Sin embargo, cerca de los 1.85s se genera una zona de irregularidades con picos relativamente grandes. Esto es debido a inestabilidades del modelo en el momento de realizar contacto con el suelo con el pie derecho.

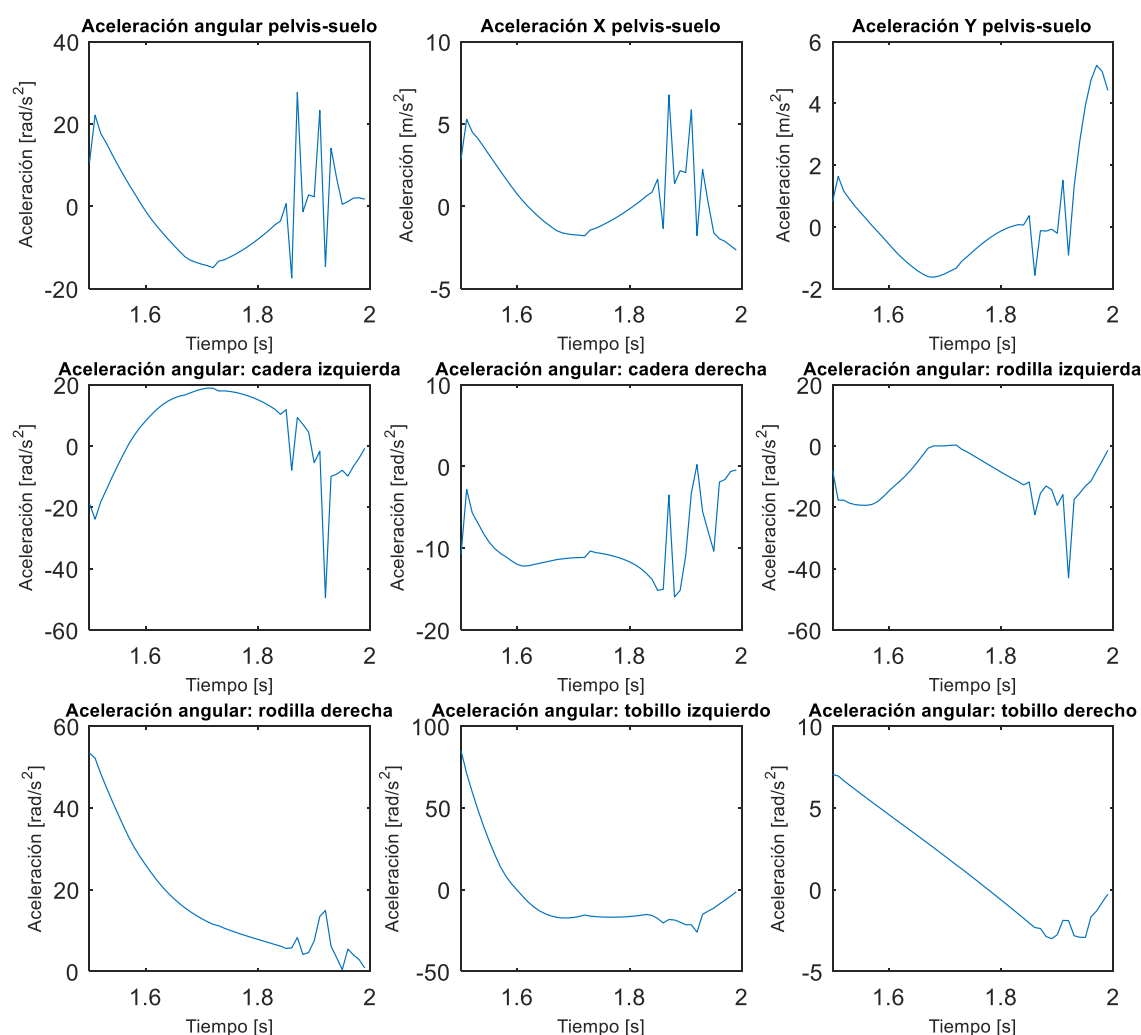


Figura 38. Aceleraciones de la segunda parte de la marcha.

Los momentos articulares mostrados en la Figura 39 presentan las mismas semejanzas observadas en los desplazamientos anteriores. En primer lugar, se observa que los momentos de una misma pierna tienden a adquirir un comportamiento semejante, y los momentos de articulaciones contralaterales poseen una cierta simetría axial (sobre todo en la cadera y el tobillo).

Al final del recorrido, aparte de presentar las mismas irregularidades observadas en las aceleraciones, se puede apreciar un pico en todos los momentos. Este crecimiento repentino es debido a la necesidad de estabilizar (frenar) el modelo justo después de hacer contacto con el suelo. Esto explicaría el porqué la cadera, el tobillo y la rodilla derechas generan un crecimiento tan abrupto, ya que la primera debe realizar un momento de flexión, la segunda un momento a dorsiflexión (giro del pie hacia la tibia) y la última realiza un momento de extensión para sustentar el cuerpo y evitar que el sujeto caiga al suelo.

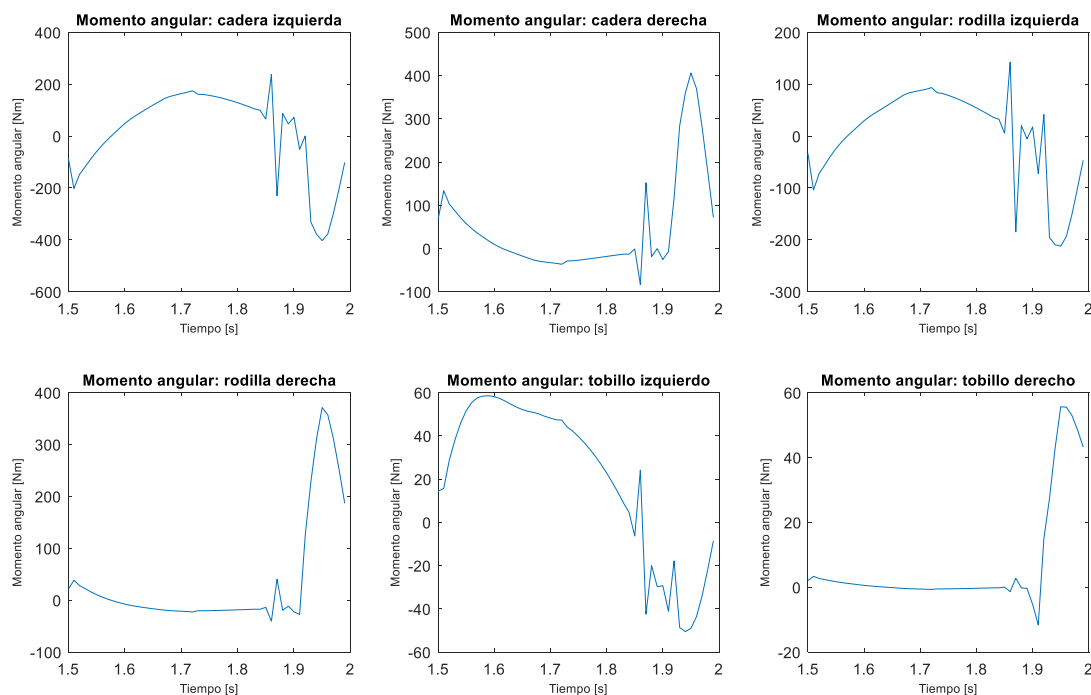


Figura 39. Momentos articulares de la primera parte de la marcha.

El comportamiento de las fuerzas de contacto (Figura 40) es coherente con el movimiento estudiado. Como era de esperar, las reacciones horizontales y verticales del pie derecho son nulas en la mayor parte del recorrido ya que el pie se encuentra suspendido en el aire. Sin embargo, una vez se realiza la pisada (alrededor de los 0.4 s, después de las irregularidades obtenidas en las reacciones del pie izquierdo), las fuerzas horizontales y verticales aumentan considerablemente (sobre todo las verticales).

Las irregularidades generadas en el pie izquierdo coinciden con las de las aceleraciones y los momentos debido a la dependencia directa entre dichas variables. La causa es la generación de inestabilidades a la hora de realizar el contacto con el suelo del pie derecho, ya que surgen justo antes de la aparición de las reacciones de dicha extremidad.

Otro aspecto que cabe destacar es el valor final de las fuerzas de reacción del tacón izquierdo. Esto indica que, en el estado final, el pie izquierdo tan sólo se apoya en la punta, y por el valor absoluto de las fuerzas de reacción, se deduce que la mayor parte del peso del modelo biomecánico se sustenta en el pie derecho (el adelantado).

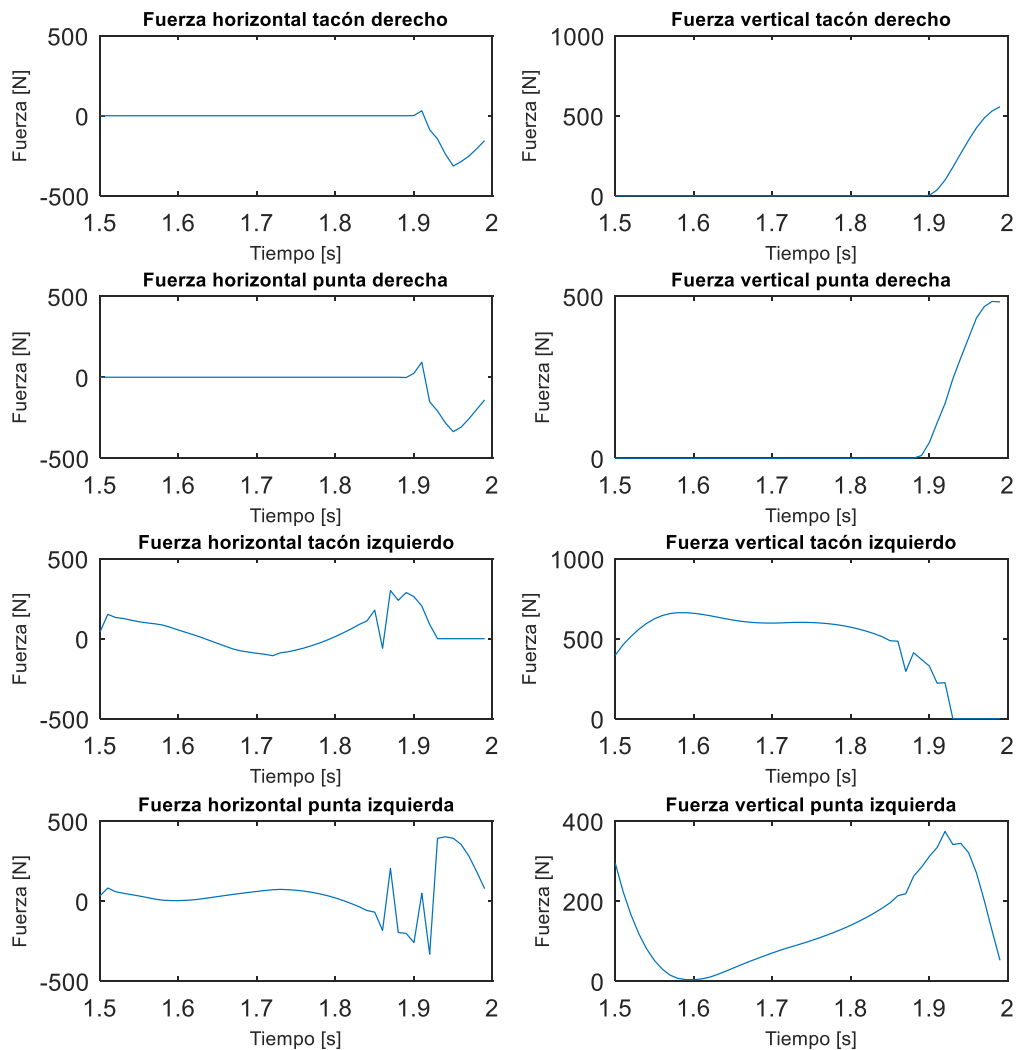


Figura 40. Fuerzas de contacto de la tercera parte de la marcha.

Para finalizar, en la Figura 41 se muestran las coordenadas del movimiento completo de la marcha. Se observa que el comportamiento es continuo y las transiciones entre los diferentes segmentos (en 1s y 1.5s) están suavizadas, indicando que su derivada es continua para todos los instantes de tiempo.

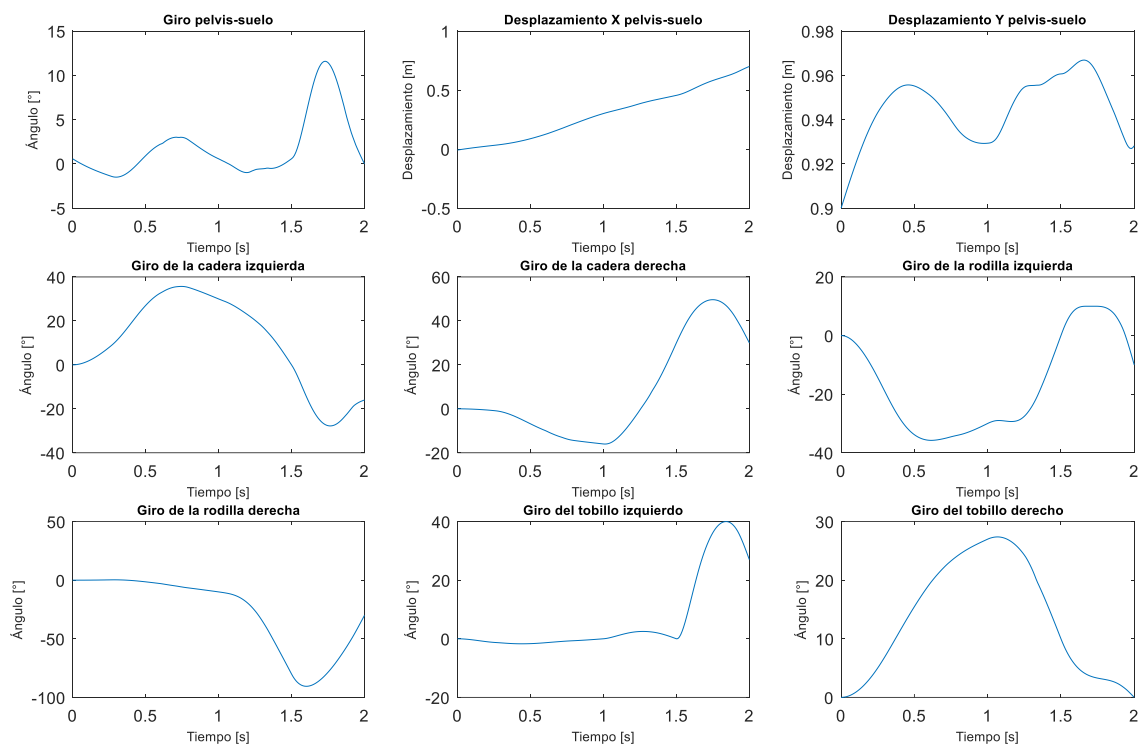


Figura 41. Coordenadas de la marcha completa.

Sin embargo, las velocidades resultantes del movimiento completo (Figura 42), a pesar de ser continuas en la mayor parte del intervalo de tiempo, presentan ligeras irregularidades y las transiciones entre cada una de las partes situadas en 1 y 1.5 s son abruptas, lo cual indica que sus derivadas no presentan continuidad entre cada segmento. Es decir, las aceleraciones y, por dependencia directa, los momentos finales de una subdivisión, no coinciden con los del siguiente.

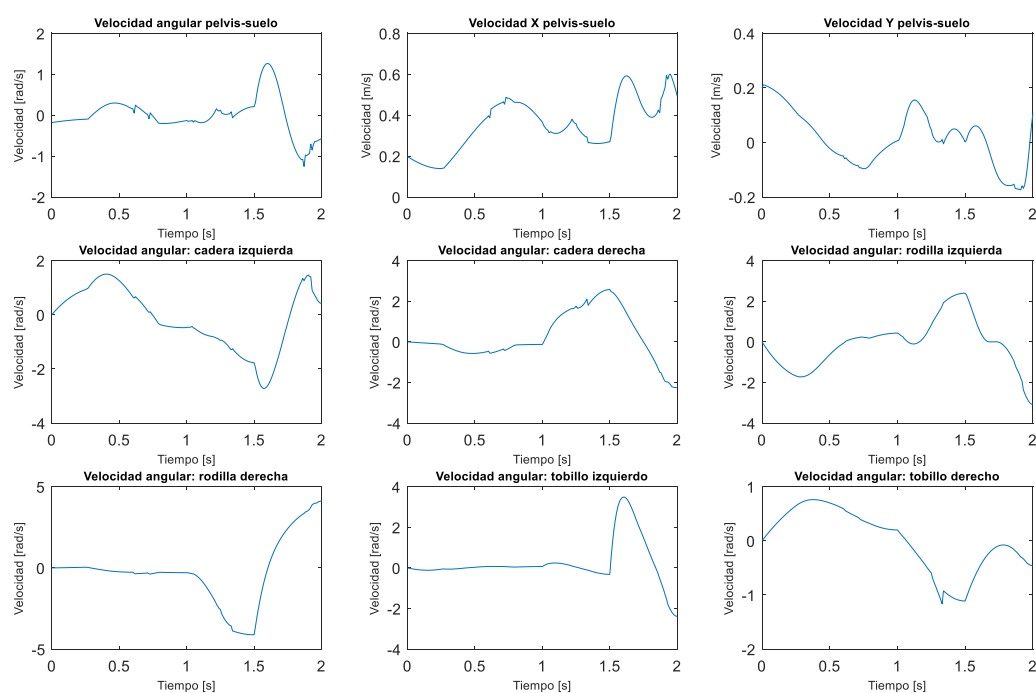


Figura 42 Velocidades de la marcha completa.

6. Análisis del impacto ambiental

Tratándose de un proyecto puramente informatizado, los efectos ambientales producidos se reducen a la contaminación producida al generar electricidad necesaria para alimentar el equipo informático. Sin embargo, dado que su repercusión en el medio ambiente es considerablemente baja, no se tiene en cuenta en este análisis.

Conclusiones

Con el presente Trabajo de Final de Grado se ha optimizado y simulado dos movimientos en concreto mediante un programa informatizado, dando como *input* tan solo su estado inicial y final. Para ello se ha requerido de la familiarización con los métodos y teorías utilizadas para la optimización de movimientos complejos, y con programas especializados como *Matlab* y *OpenSim*. Éste último ha sido utilizado para conseguir los datos cinemáticos y dinámicos del sistema multi-sólido que representa el modelo biomecánico escogido.

Dado que el modelo biomecánico se ha considerado como un sistema de sólidos múltiples, se ha aplicado el método de la dinámica inversa para obtener los momentos articulares a lo largo del movimiento, permitiendo calcular el resto de parámetros (coordenadas, velocidades, aceleraciones y fuerzas). Sin embargo, al tratar con problemas no lineales, las funciones a integrar son densas y complejas, por lo que se pueden generar errores que desestabilicen la optimización del movimiento. Para evitarlo, se ha implementado el método de colocación directa, permitiendo parametrizar la trayectoria de forma que simplifica en gran medida la formulación del problema.

Para poder automatizar la optimización del movimiento, se ha generado un código en el programa *Matlab* capaz de implementar tanto las características del modelo biomecánico como el procedimiento para poder generar y solucionar el problema no lineal.

Una vez obtenido el programa, se ha optimizado un movimiento sencillo, que consiste en la flexión de la rodilla izquierda, para comprobar su eficacia y para contrastar distintos criterios de optimización. De los resultados obtenidos, se ha concluido que el criterio que proporciona una solución coherente y estable en el menor tiempo de cálculo posible es la minimización de los momentos articulares junto a las aceleraciones.

Habiendo determinado el mejor criterio para optimizar el movimiento humano, se ha procedido a optimizar la marcha de una persona. Dado que los primeros intentos no lograron generar resultados óptimos, se subdividió el movimiento total en tres submovimientos distintos más simples. De esta manera, se ha logrado optimizar con éxito cada uno de los problemas y, posteriormente, se han concatenado para poder realizar la simulación del movimiento completo. Aun así, no se han podido evitar generar ciertas irregularidades en los resultados obtenidos (sobre todo en las aceleraciones), causadas, en su mayoría, por la transición de contacto/no contacto del modelo con el suelo.

Debido a la falta de tiempo, tan sólo se han realizado optimizaciones de movimientos bidimensionales. Además, debido a la complejidad que supondría el representar los músculos y las articulaciones, no se han tenido en cuenta a la hora de calcular las trayectorias óptimas de los movimientos.

Para futuras investigaciones, se recomienda que se realice un estudio exhaustivo sobre la influencia de los parámetros que definen el modelo de contacto de manera que se puedan obtener valores concretos que se adecuen a cada tipo de movimiento y modelo biomecánico. De esta manera, se lograría resolver el problema mencionado en los resultados sobre el incoherente desplazamiento vertical del modelo.

Se recomendaría, además, considerar las aceleraciones como variables de estado y sus primeras derivadas (que corresponde la sacudida del modelo) como controles. De esta manera se conseguiría suavizar su comportamiento a lo largo de la trayectoria de los movimientos a optimizar.

El hecho de poder simular y optimizar la marcha tiene un interés clínico bastante importante, sobre todo en el campo de la fisioterapia. Este estudio permitiría al especialista poder conocer los esfuerzos que reciben las articulaciones para determinados movimientos antes de realizárselos a un paciente. De esta manera, se podría reducir el tiempo de rehabilitación asegurando en todo momento la salud del paciente.

También posee cierto interés en el ámbito de la mecánica deportiva, ya que permite obtener trayectorias óptimas de ejercicios específicos, de manera que se reduzcan los esfuerzos sufridos en las articulaciones (que suelen ser el principal foco de lesiones). Esto permitiría realizar entrenamientos y rutinas específicas centradas, sobre todo, en deportistas de élite o en entrenos cuya carga física sea considerablemente grande, como halterofilia, levantamiento de potencia, etc.

Presupuesto y/o análisis económico

Tal y como se ha podido observar a lo largo de este documento, los materiales necesarios para llevar a cabo el proyecto son escasos, y la mayoría consisten en programas de distribución gratuita. Por lo tanto, el presupuesto del proyecto se reduce al coste del equipamiento informático, las licencias de los programas que las requieren y la remuneración del personal encargado de la realización del proyecto.

Por lo que respecta a la dedicación por parte del estudiante, se han tenido en cuenta 450 h totales invertidas en las que se incluye la realización del proyecto, la redacción de la memoria, cálculos, reuniones con el tutor y búsqueda bibliográfica. Y asumiendo un coste por hora de 30 €/h, la remuneración total por parte del estudiante es de 13500 €.

Dado que el proyecto se ha realizado bajo la supervisión de un tutor, también se debe tener en cuenta a la hora de calcular el presupuesto. Considerando las horas de consulta, reuniones y aportaciones, el total de horas invertidas es de 30 h y el salario es de 30 €/h, el coste asociado es de 1500 €.

El coste inicial del equipo informático utilizado es de 672 € con una vida útil de 4 años, y dado que el proyecto se ha realizado al completo con este equipamiento, se han considerado las mismas horas de uso que las invertidas por el estudiante en el trabajo (450 h). Por lo que respecta al programa *Matlab 2017b*, su precio inicial es de 500 €, y teniendo en cuenta una jornada de 24 horas diarias durante 7 días de la semana durante 52 semanas en un año, las horas totales en un año son 8736 h.

La Tabla 5 lista el cálculo del coste del proyecto junto con cada uno de los conceptos expuestos con anterioridad, dando lugar a un coste total de **15018.91 €**.

Concepto	Valor inicial (€)	Vida útil (años)	Precio/hora - Depreciación (€/h)	Horas de trabajo / de uso (h)	Coste (€)
<i>Licencia Matlab R2017b</i>	500	1	0.0573	180	10.28
Portátil personal	672	4	0.0192	450	8.63
Tutor	--	--	50	30	1500
Estudiante	--	--	30	450	13500
TOTAL	--	--	--	--	15018.91

Tabla 5 Cálculo del coste total del proyecto.

Bibliografia

1. Kiellhofner, G. *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues*. Segunda ed. San Diego, California, USA: Springer, 2011. ISBN 978-0-631-19241-1.
2. Seth, A. et al. OpenSim: a musculoskeletal modeling and simulation framework for in silico investigations and exchange. A: *Procedia IUTAM*. Elsevier, 2011, Vol. 2, p. 212-232. ISSN 2210-9838. DOI 10.1016/J.PIUTAM.2011.04.021.
3. Whittlesey, S.N. i Robertson, D.G.E. Inverse Dynamics. A: *Journal of Biomechanics*. 1985, p. 103-124.
4. Von Stryk, O. i Bulirsch, R. Direct and indirect methods for trajectory optimization. A: *Annals of Operations Research*. 1992, Vol. 37, núm. 1, p. 357-373. ISSN 1572-9338. DOI 10.1007/BF02071065.
5. Von Stryk, O. Numerical Solution of Optimal Control Problems by Direct Collocation. A: R. Bulirsch et al., ed., *Optimal Control: Calculus of Variations, Optimal Control Theory and Numerical Methods*. Basel: Birkhäuser Basel, 1993, p. 129-143. ISBN 978-3-0348-7539-4. DOI 10.1007/978-3-0348-7539-4_10.
6. De Groote, F. et al. Evaluation of Direct Collocation Optimal Control Problem Formulations for Solving the Muscle Redundancy Problem. A: *Annals of Biomedical Engineering*. 2016, Vol. 44, núm. 10, p. 2922-2936. ISSN 1573-9686. DOI 10.1007/s10439-016-1591-9.
7. Van den Bogert, A.J., Blana, D. i Heinrich, D. Implicit methods for efficient musculoskeletal simulation and optimal control. A: *Procedia IUTAM*. Elsevier, 2011, Vol. 2, p. 297-316. ISSN 2210-9838. DOI 10.1016/J.PIUTAM.2011.04.027.
8. Serrancolí, G., De Schutter, J. i De Groote, F. Analysis of optimal control problem formulations in skeletal movement predictions. A: *Proceedings of International Conference on Neurorehabilitation*. Segovia: 2016.
9. Sherman, M.A., Seth, A. i Delp, S.L. Simbody: multibody dynamics for biomedical research. A: *Procedia IUTAM*. Elsevier, 2011, Vol. 2, p. 241-261. ISSN 2210-9838. DOI 10.1016/J.PIUTAM.2011.04.023.
10. Serrancolí, G. et al. Estimation of human-exoskeleton collaborative movement. A: . núm. 3, p. 3-4.
11. Andersson, J., Åkesson, J. i Diehl, M. CasADi: A Symbolic Package for Automatic Differentiation and Optimal Control. A: S. Forth et al., ed., *Recent Advances in Algorithmic Differentiation*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012, p. 297-307. ISBN 978-3-642-30023-3.
12. Biegler, L.T. i Zavala, V.M. Large-scale nonlinear programming using IPOPT: An integrating framework for enterprise-wide dynamic optimization. A: *Computers & Chemical Engineering*. Pergamon, 2009, Vol. 33, núm. 3, p. 575-582. ISSN 0098-1354. DOI 10.1016/J.COMPCHEMENG.2008.08.006.

Anexo

A continuación, se exponen los videos de las simulaciones de los movimientos optimizados a lo largo de este proyecto, los cuales han sido proporcionados como archivos adicionales en la entrega del documento.

- Flexión de rodilla minimizando las velocidades: *Optimizacion_velocidades.avi*
- Flexión de rodilla minimizando las velocidades y las aceleraciones:
Optimizacion_velocidades_y_aceleraciones.avi
- Flexión de rodilla minimizando los momentos y las aceleraciones:
Optimizacion_momentos_y_aceleraciones.avi
- Flexión de rodilla minimizando los momentos, aceleraciones y velocidades:
Optimizacion_momentos_aceleraciones_velocidades.avi
- Simulación de la marcha: *Optimizacion_marcha.avi*